НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

Кафедра “Радіоприймання та оброблення сигналів”

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Декан РТФ
_____ О.І. Рибін

“_____"_____2015 р.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ПО ВИКОНАННЮ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

з дисципліни *“ ТЕОРІЯ ПЕРЕДАВАННЯ ІНФОРМАЦІЇ”*

для напряму підготовки (спеціальностей) 7(8).05090102 «Апаратура радіозв'язку, радіомовлення та телебачення»

Денна форма навчання

Програму рекомендовано
кафедрою РОС
“____”_____ 2015 р.

Протокол № _____

Завідувач кафедри РОС

_____Р.В. Антипенко

КИЇВ 2015 р.

Задача № 1

Пусть передается текст, в котором использованы 32 буквы алфавита (N=32).

Определить количество информации, приходящееся на одну букву.

Решение. Если все буквы равновероятны и вероятность появления любой из букв не зависит от предыдущего текста, количество информации, приходящееся на одну букву,

$$H_{\text{мако}} = \log_2 N = \log_2 32 = 5 \text{ бит.}$$

Задача № 2

Имеется источник сообщении с двумя состояниями (N = 2). P_1 — вероятность одного состояния; P_2 -вероятность другого состояния.

Определить значение энтропии для каждого сообщения.

Решение. Учитывая, что $P_1 + P_2 = 1$, получаем

$$H = -\sum_{i=1}^{m} P_i \log_2 P_i = -[P_1 \log_2 P_1 + (1 - P_1) \log_2 (1 - P_1)].$$

Задаваясь величиной P_1 = 0 ÷1, можно вычислить $H = f(Pi,)$. Из рис. 1, где приведена эта зависимость, видно, что энтропия максимальна, если $P_1 = P_2 = 0{,}5$, т. е. когда оба события равновероятны.

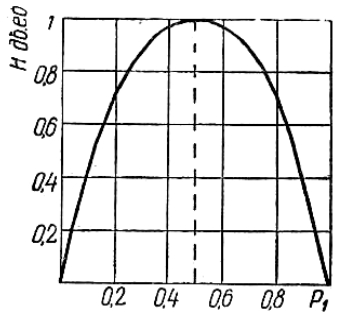


Рис. 1. Энтропия H в случае возможных состояний с вероятностями P_i и $1 - P_i$.

Задача № 3.

Определить избыточность и скорость передачи кода, предназначенного для передачи 16 сообщений, если длина двоичного кода n = 5.

Решение. Полное число кодовых комбинаций $N = 2^n = 2^5 = 32$.

$R = 1 - \frac{log_2 16}{log_{2 32}} = 1 - \frac{4}{5} = 0{,}2$; $R' = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.

Задача № 4.

Весовая характеристика кода с n = 5 следующая: $W_{(1)} = 1$; $W_{(3)} = 2$; $W_{(4)} = 1$; $W_{(5)} = 1$.

Определить коэффициент ложных переходов.

Решение. Т.к. $K_л = \frac{w_{(\omega)}}{C_n^{\omega}}$, где $W_{(\omega)}$ - весовая характеристика кода, следует, что $K_{л(1)}$ = 0,2; $K_{л(2)}$ = 0; $K_{л(3)}$ = 0,2; $K_{л(4)}$ = 0,2; $K_{л(5)}$ = 1. Таким образом, данный код обнаруживает все двукратные ошибки и 80% однократных, трехкратных и четырехкратных ошибок. Не обнаруживаются только пятикратные ошибки.

Задача № 5.

Определить количество разрядов кодовой комбинации для передачи восьми сообщений.

Решение. Т.к. $n = log_2 8 = 3$, то сообщение будут состоять из трех символов, каждый из которых может принимать значения 0 или1.

Задача № 6.

Перевести двоичный код 11010011 в код Грея.

Решение.

```
11010011
 1101001(1)
-----------------
10111010
```

т.е. $[11010011]_2 = [10111010]_{Грея}$

Задача № 7.

Перевести код Грея 10111010 в простой двоичный код.

Решение. Первая цифра переписывается без изменений - 1.

Вторая цифра должна быть 1, т.к. соответствующая цифра в коде Грея 0 и впереди стоит только одна единица, т.е. 0 →1.

Третья цифра должна быть 0 (1→0).

Четвертая цифра 1 (1→0, 0→1, т.к. впереди две единицы)

Пятая - 0 (1→0, 0→1, 1→0).

Шестая - 0 (0→1, 1→0, 0→1, 1→0).

Седьмая - 1 (1→0, 0→1, 1→0, 0→1).

Восьмая - 1 (0→1, 1→0, 0→1, 1→0, 0→1).

Полученный двоичный код имеет вид 11010011.

Задача № 8.

Произвести кодирование в коде Шеннона-Фано шести сообщений (N=6), вероятности которых (в порядке убывания) равны 0,4; 0,2; 0,2; 0,1; 0,05; 0,05. Определить среднее количество символов на одно сообщение.

Решение. На первом этапе деления на группы определим первое сообщение (группа I), оставив группе II все остальные. Далее второе сообщение составит первую подгруппу II группы; вторая подгруппа той же группы, состоящая из оставшихся четырех сообщений, будет и далее последовательно делиться на части так, что каждый раз первая часть будет состоять из одного лишь сообщения. Построение кода приведено в таблице.

№ сообщения	Вероятность	Деление на группы	Кодовые комбинации
1	0,4	I	0
2	0,2	I	10
3	0,2	I	110
4	0,1	II I I	1110
5	0,05	II II II I	11110
6	0,05		11111

Среднее количество символов на одно сообщение для рассмотренного кода составляет 1 . 0,4 + 2 • 0,2 + 3 . 0,2 + 4 . 0,1 + 5 (0,05 + 0,05) == 2,3. Это значение не очень далеко от энтропии:

$$H = \sum_{i=1}^{6} - p_i \log p_i = -0{,}4 \log 0{,}4 - 2 \bullet 0{,}2 \log 0{,}2 - 0{,}1 \log 0{,}1 - 2 \bullet 0{,}05 \log 0{,}05 \approx 2{,}22$$

В случае использования простого двоичного кода необходимое число символов составило бы 3.

Задача № 9.

Произвести кодирование в коде Хаффмена шести сообщений (N=6), вероятности которых (в порядке убывания) равны 0,4; 0,2; 0,2; 0,1; 0,05; 0,05.

Решение. Сообщения выписываются в столбец в порядке убывания вероятностей. Два последние сообщения объединяются в одно вспомогательное сообщение, которому приписывается суммарная вероятность. Вероятности сообщений снова располагаются в порядке убывания вероятностей в дополнительном столбце, а две последние объединяются. Процесс продолжается до тех пор, пока не получим единственное сообщение с вероятностью, равной единице.

В таблице показана методика построения кода.

№ сообще-ния	Вероят-ность	Вспомогательные столбцы				
		1	2	3	4	5
1	0,4	0,4	0,4	0,4	0,6	1
2	0,2	0,2	0,2	0,4	0,4	
3	0,2	0,2	0,2	0,2		
4	0,1	0,1	0,2			
5	0,05	0,1				
6	0, 05					

Чтобы составить кодовую комбинацию, соответствующую данному сообщению, необходимо проследить путь перехода, сообщения по строкам и столбцам таблицы. Для наглядности строится кодовое дерево. Из точки, соответствующей вероятности 1, направляются две ветви, причем ветвям с большей вероятностью присваивается символ 1, с меньшей — 0.

Такое последовательное ветвление продолжаем до тех пор, пока не дойдем до вероятности каждого сообщения. Кодовое дерево для таблице приведено на рисунке.

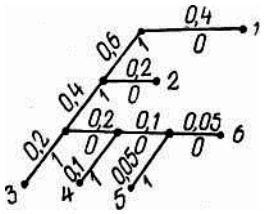


Рис. Кодовое дерево кода Хаффмена

Теперь, двигаясь по кодовому дереву сверху вниз, можно записать для каждого сообщения соответствующую ему кодовую комбинацию:

1 - 0	4 - 1101
2 - 10	5 – 11001
3 - 111	6 - 11000

Задача № 10.

Определить долю обнаруживаемых ошибок кода, каждая комбинация которого содержит один избыточный символ $n = (k + 1)$. Общее число возможных кодовых комбинаций составляет $^{2k+1} = 2^k x\ 2^1$, т.е. вдвое больше общего числа разрешенных комбинаций.

Решение. Общее число возможных кодовых комбинаций составляет $2^{k+1} = 2^k$ x 2^1, т.е вдвое больше общего числа разрешенных комбинаций.

За подмножество разрешенных кодовых комбинаций можно принять подмножество 2^k комбинаций, содержащих четное количество единиц (или нулей).

При кодировании к каждой последовательности из k информационных символов добавляется один символ (0 или 1) такой, чтобы число единиц в кодовой комбинации было четным. Искажение любого нечетного числа символов переводит разрешенную комбинацию в подмножество запрещенных комбинаций, что обнаруживается на приемной стороне по нечетности числа единиц. Доля обнаруживаемых ошибок составляет $1 - 2^k/(2^{k+1}) = 0{,}5$.

Задача № 11.

Построить матрицу систематического кода, способного исправлять одиночную ошибку ($t_u = 1$) при передаче 16 сообщений (N_p).

Так как $N_p = 2^k$, то $k = 4$ ($16 = 2^4$) и число строк производящей матрицы G должно быть равно четырем. Число столбцов матрицы G равно длине кода n: $n = k + r$, где r — число проверочных разрядов.

Для $t_u = 1$ $d_{min} = t_u + 1 = 3$. Пользуясь рядом верхних и нижних оценок (границ):

1) граница Хэмминга: $r \geq \log_2(1 + \sum_{i=1}^{\frac{d_{\min}-1}{2}} C_n^i)$

2) граница Плоткина: $r \geq 2d - 2 - log_2 d$

3) граница Элайеса: $r \geq \log_2 C_n^m - \log_2 d$

где:

$$m = 0{,}5n(1 - \sqrt{1 - \frac{2(d-1)}{2}}$$

4) граница Варшамова — Гильберта: $r \geq \log_2(1 + \sum_{i=1}^{d_{\min}-1} C_n^i)$

находим $r = 3$. Следовательно, число столбцов подматрицы $C_{г\,к}$ равно трем.

Учитывая то, что количество единиц в строке подматрицы $C_{г;к}$ должно быть не менее $d_{min} - 1 = 3 - 1 = 2$ единиц, выбираем следующие комбинации: 111, 110, 101, 011,

Окончательный вид производящей матрицы:

$$G_1 = \begin{vmatrix} 1000111 \\ 0100110 \\ 0010101 \\ 0001011 \end{vmatrix}, \quad G_2 = \begin{vmatrix} 1000111 \\ 0100011 \\ 0010110 \\ 0001101 \end{vmatrix}, \quad G_3 = \begin{vmatrix} 1000011 \\ 0100101 \\ 0010110 \\ 0001111 \end{vmatrix}$$ и т. д.

Построим, например, с помощью матрицы G_3 все комбинации данного кода (7,4). Поскольку первая комбинация - нулевая, вторая - пятая комбинации - строки производящей матрицы, то остальные одиннадцать находятся суммированием по модулю два всевозможных сочетаний строк производящей матрицы.

Все 16 комбинаций кода (7, 4) с производящей матрицей G_s выглядят следующим образом:

1. 0000000		9. 0110011	$3 \oplus 4$
2. 1000011		10. 0101010	$3 \oplus 5$
3. 0100101		11. 0011001	$4 \oplus 5$
4. 0010110		12. 1110000	$2 \oplus 3 \oplus 4$
5. 0001111		13. 0111100	$3 \oplus 4 \oplus 5$
6. 1100110	$2 \oplus 3$	14. 1011010	$2 \oplus 4 \oplus 5$
7. 1010101	$2 \oplus 4$	15. 1101001	$2 \oplus 3 \oplus 5$
8. 1001100	$2 \oplus 5$	16. 1111111	$2 \oplus 3 \oplus 4 \oplus 5$

Задача № 12.

Построить проверочную матрицу H кода (7, 4), образующая матрица которого имеет вид

$$G_{7,4} = \begin{vmatrix} 1000111 \\ 0100110 \\ 0010101 \\ 0001011 \end{vmatrix}.$$

Решение. Находим сначала подматрицу $D_{k,,r}$, которая является транспонированной по отношению к подматрице $C_{k\,г}$

$$D_{k,r} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Затем к ней справа приписываем единичную матрицу $E_г$ и получаем проверочную матрицу

$$H = \begin{vmatrix} 1110100 \\ 1101010 \\ 1011001 \end{vmatrix}.$$

Проверочные символы, определяемые по ней определяемые путем суммирования по модулю 2, $b_1 = a_1 + a_2 + a_3$; $b_2 = a_1+a_2+a_4$; $b_3 = a_1+a_3+ a_4$ и сообщение, например 0110,

закодированное таким кодом, будет выглядеть 0110011, так как $b_1 = 0+1+1=0$; $b_2 = 0+1+0=1$; $b_3 = 0+1+0=1$.

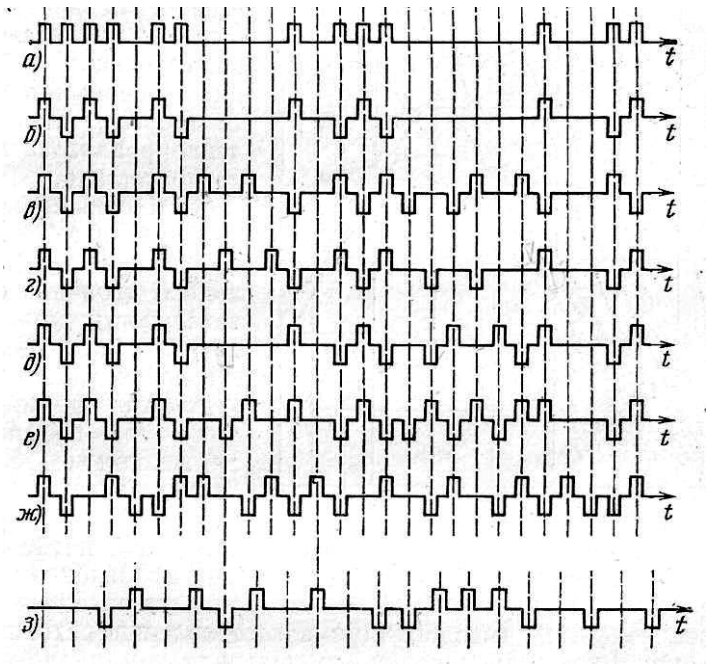
Задача № 13.

Простую двоичную комбинацию 10011 представить кодом Хэмминга.

Решение. Так как согласно правилу построения кода Хэмминга информационными должны быть третий, пятый, шестой, седьмой и девятый символы, то для рассматриваемого кода $a_3 = 1$; $a_5 = 0$; $a_6 = 0$; $a_7 = 1$; $a_9 = 1$. Из условия обеспечения четности сумм получим следующие значения проверочных символов: $a_1 = 1$; $a_2 = 0$; $a_4 = 1$; $a_8 = 1$. Следовательно, простому пятиэлементному коду 10011 соответствует девятиэлементный код Хэмминга 101100111.

Пусть теперь при передаче произошло искажение пятого символа, т. е. код принял вид 101110111. Тогда в результате первой проверки получим 1, второй — 0, третьей — 1 и четвертой — 0. Таким образом, в результате проверок получен синдром 0101, указывающий на искажение пятого символа. Исправление ошибки сводится к инвертированию символа на пятой позиции.

Задача № 14.

Преобразовать двоичную последовательность в трехуровневые коды передачи.

Решение: а) двоичная последовательность; б) код ЧПИ; е) КВП-2; г) КВП-3; д) код B6ZS; е) ПИТ код; ж) ПРКК; з) код 4B3T типа FOMOT