Міністерство освіти й науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

Методичні вказівки

до розрахункових робот
з дисципліни “Теорія передавання інформації”
для студентів радіотехнічного факультету

Рекомендоване вченою радою радіотехнічного факультету

Київ
НТУУ «КПІ»
2014

[Текст] : метод. вказівки до розрахункових робіт з дисципліни “Теорія передавання інформації” для студ. радіотехнічного ф-ту / Уклад. Г.І. Бондаренко - К.: НТУУ "КПІ", 2014. - 32 с.

Гриф надано вченою радою радіотехнічного факультету НТУУ "КПІ"
(Протокол № 06-2014 від 26.06.2014)

Рекомендоване навчально-методичною комісією радіотехнічного факультету
(Протокол № ____ від _____)

Н а в ч а л ь н е в и д а н н я

Методичні вказівки
до розрахункових робіт
з дисципліни “Теорія передавання інформації”
для студентів радіотехнічного факультету

Укладачі *Бондаренко Геннадій Іванович, ст. викладач*

Відповідальний редактор *Антипенко Руслан Володимирович, канд. техн., доц. наук, проф.*

Рецензент *Шпилька Олександр Олександрович, канд. техн. наук.*

За редакцією укладачів

НТУУ «КПІ»
Радіотехнічний факультет
03056, Київ, вул..Політехнічна, 12, корп. 17
Тел./факс (044) 454-92-93

Розрахункові роботи з дисципліни
“Теорія передавання інформації”

1 ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ

Контрольна робота (КР) призначена для розвитку навичок студентів до рішення конкретних практичних питань на основі отриманих знань при вивченні дисципліни “Теорія передавання інформації”. Одночасно виконання КР сприяє більш глибокому засвоєнню матеріалу, пов'язаного із завданнями дисципліни.

Перед виконанням кожного завдання необхідно вивчити ту частину курсу, яка ставиться до цього завдання. На захисті проводиться співбесіда по виконаних роботах.

2 КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

2.1 Умови передачі інформації по каналу зв’язку

2.1.1 Передача інформації по каналу без перешкод

Якщо через канал зв'язку без перешкод передається послідовність дискретних повідомлень тривалістю *T,* то межа відносини

$$\lim_{T\to\infty}\frac{I}{T}=V \qquad \text{[біт/с]},$$

швидкість передачі інформації з каналу зв'язку, де I — кількість інформації, що міститься в послідовності повідомлень. Граничне значення швидкості передачі інформації називається пропускною здатністю каналу зв'язки:

$$C=V_{max}=\lim_{T\to\infty}\frac{I_{\max}}{T} \text{ [біт (дв. од.)/с].}$$

Кількість інформації в повідомленнях максимально при рівній імовірності станів. Тоді:

$$C=\lim_{T\to\infty}\frac{n\log_2 m}{T}$$

В 1927 р. Р. Хартлі (Англія) запропонував і обґрунтував кількісну міру інформації, яка являється відправною точкою теорії інформації. Ця міра інформації записується так:

$$I=logN,$$

де I — кількість інформації; N — загальне число повідомлень, яке може бути складене з n елементів, кожний з яких має m можливих станів,тобто:

$$N = m^n.$$

Формулу можна представити у вигляді:

$$I = n\log m.$$

Найбільш зручний вибір основи логарифма, рівного двом. При цьому за одиницю кількості інформації прийнято вважати інформацію повідомлення, що містить один елемент (n=1), який може мати два рівноімовірні стани (m=2). Дійсно, $I=1\bullet 1\log_2 2=1$ біт (дв. од). (при натуральному логарифмі – нат, при десятковому – хартлі)

У випадку однакової ймовірності всіх повідомлень Ni, імовірність кожного повідомлення:

$$P = 1/N.$$

Тоді кількість інформації можна виразити через імовірності надходження повідомлень:

$$I=\log_2 N=\log_2 1/P=-\log_2 P$$

Якщо повідомлення нерівноімовірні й незалежні друг від друга, то користуються поняттям середньої інформації:

$$I_{ср} => — n\sum_{i=1}^{m} P_i \log_2 P_i$$

де P_i — імовірність і-*го* повідомлення.

Середня інформація на один елемент повідомлення називається ентропією:

$$H = -\sum_{i=1}^{m} P_i \log_2 P_i$$

Величина H являє собою міру безладності стану джерела повідомлень і характеризує середній ступінь невизначеності стану цього джерела. У випадку, коли всі m різних станів джерела рівно імовірні, тобто $Pi = 1/m$, ентропія

максимальна:

$$H = -\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{m} \log_2 \frac{1}{m} = -m \frac{1}{m} \log_2 \frac{1}{m} = \log_2 m$$

Якщо повідомлення нерівноімовірні, середня кількість інформації, що міститься в одному повідомленні, буде меншим.

Швидкість передачі інформації в загальному випадку залежить від статистичних властивостей повідомлення й параметрів каналу зв'язку. Пропускна здатність — це характеристика каналу зв'язку, який не залежить від швидкості передачі інформації. Кількісно пропускна здатність каналу зв'язку виражається максимальною кількістю двійкових одиниць інформації, яку даний канал зв'язку може передати за одну секунду.

Для найбільш ефективного використання каналу зв'язку необхідно, щоб швидкість передачі інформації була якнайближче до пропускної здатності каналу зв'язку.

Якщо швидкість надходження інформації на вхід каналу зв'язку перевищує пропускну здатність каналу, то по каналу буде передана не вся інформація, тобто повинне виконуватися умова:

$$V \leq C$$

Це основна умова узгодження джерела інформації й каналу зв'язку. Узгодження здійснюється шляхом відповідного кодування повідомлень. Доведене (теорема Шеннона для каналу без перешкод), що, якщо швидкість інформації, що виробляється джерелом повідомлень, досить близька до пропускної здатності каналу, тобто $V_u = C - \varepsilon$, де ε — як завгодно мала величина, завжди можна знайти такий спосіб кодування, який забезпечить передачу повідомлень, що виробляються джерелом, причому швидкість передачі інформації буде досить близька до пропускної здатності каналу.

Зворотне твердження полягає в тому, що неможливо забезпечити тривалу передачу всіх повідомлень, якщо потік інформації, що виробляється джерелом, перевищує пропускну здатність каналу.

Якщо до входу каналу підключене джерело повідомлень із ентропією на символ, що дорівнює пропускної здатності каналу зв'язку, вважається, що джерело погоджене з каналом. Якщо ентропія джерела менше пропускної здатності каналу, що може бути у випадку нерівноімовірності станів джерела, то джерело не погоджене з каналом зв'язку, тобто канал використовується не повністю.

Узгодження в статистичному значенні досягається за допомогою так званого статистичного кодування.

Приклад 2.1 Для з'ясування принципу статистичного кодування розглянемо дві послідовності повідомлень, що представляють, наприклад, записані через рівні проміжки часу сигнали про стан двопозиційного контрольованого об'єкта (включений або виключений) :

110010111101000111010100010100 (15 – «1» і 15 – «0»)

001000000011000000000000000000. (3 – «1» і 27 – «0»)

Символу 1 відповідає сигнал «об'єкт включений», символу 0 — «об'єкт виключений». Будемо вважати, що символи з'являються незалежно один від іншого.

Для першої послідовності символи 1 і 0 рівноімовірні, для другої — імовірність першого символу 1=0,1, другого символу — 1 — P_1 = 0,9.

Ентропія першої послідовності

$$H = -\sum_{i=1}^{m} P_i \log_2 P_i$$

H_1 = —2 • 0,5$\log_2$ 0,5 = 1. Ентропія другої послідовності H_2 = 0,1$\log_2$0,1 — 0,9$\log_2$0,9 ≈ 0,5. Отже, кількість інформації на символ у другій послідовності у два рази менше, чим у першій.

При передачі послідовностей через бінарний канал зв'язку із C = $log_2 m$ дв.од./символ = 1 дв. од./символ перша послідовність буде погоджена з каналом (H_1 = 1), у той час як при передачі другої послідовності пропускна здатність двійкового каналу у два рази більше ентропії джерела, тобто канал недовантажений і в статистичному змісті не погоджений із джерелом *($C > H_2$).*

Статистичне кодування дозволяє підвищити ентропію переданих повідомлень у межі до величини, яка виходить, якщо символи нової послідовності рівноімовірні. При цьому число символів у послідовності буде

скорочено. У результаті джерело інформації узгодиться з каналом зв'язку.

2.1.2 Передача інформації з каналу з перешкодами

При передачі інформації через канал з перешкодами повідомлення спотворюються й на приймальній стороні немає повної впевненості в тому, що прийняте саме те повідомлення, яке передавалося. Отже, повідомлення недостовірне, імовірність його після приймання не дорівнює одиниці.

У цьому випадку кількість одержуваної інформації зменшується на величину невизначеності, внесеної перешкодами, тобто визначається як різниця ентропії повідомлення до й після приймання: $I = H(i) — Hj(i)$, де $H(i)$ — ентропія джерела повідомлень; $Hj(i)$ - ентропія повідомлень на приймальній стороні.

Пропускною здатністю каналу із шумами називається максимальна швидкість передачі інформації на символ або в одиницю часу за умови, що канал зв'язку без перешкод погоджений із джерелом інформації:

$$C = V_{\max} = \lim_{T \to \infty} I_{\max} / T$$

Якщо ентропія джерела інформації не перевищує пропускної здатності каналу $H \leq C$, то існує код, що забезпечує передачу інформації через канал з перешкодами з як завгодно малою частотою помилок або як завгодно малою невірогідністю (теорема Шеннона для каналу з перешкодами). Пропускна здатність каналу зв'язки при обмеженій середній потужності аналогового сигналу:

$$C = F_m log_2(1+Wc/W_ш)$$

де F_m— смуга частот каналу; Wc — середня потужність сигналу; $W_ш$ — середня потужність перешкод (рівномірний спектр) з нормальним законом розподілу амплітуд і смузі частот каналу зв'язку.

Отже, можна передавати інформацію по каналу с перешкодами без помилок, якщо швидкість передачі інформації

$$V \leq C = Fmlog_2(1+Wc/W_ш)$$

Для швидкості $V > C$ при будь-якій системі кодування частота помилок кінцева, причому вона швидко росте зі збільшенням V.

З останнього випливає, що для каналу з досить високим рівнем шумів $W_ш >> Wc$ максимальна швидкість передачі близька до нуля. При $Wc >> W_ш$

$V\,max = F_m log_2 Wc/W_ш.$

Максимальна кількість інформації, передане за час T,

$V_{max}T = F_m t\, log_2 Wc/W_ш = F_m th$ (обсяг сигналу).

2.2 Коди дискретного сигналу і його елементи

Код - певна послідовність символів алфавіту, призначена для передачі. Для відмінності одного символу від іншого кожному символу привласнюється певна комбінація елементарних посилок, що утворюють *кодову групу* (комбінацію). Загальна кількість елементів, що утворюють кодову групу, називають *значністю коду.*

Елементарні посилки відрізняються інтенсивністю, часом, частотою і т.д. Кодову комбінацію можна розглядати як деяке число, і її елементи - як цифри, якими вона записується.

Системи числення, які застосовуються при побудові кодів, мають у якості основи будь-яке число m, тоді будь-яке число в цієї m-*річній* системі числення запишеться:

$$N = am^0 + bm^1 + cm^2 + dm^3 + \ldots = \sum_{i=0}^{n} a_i m^i$$

де: $a,\ b,\ c$ - числа не перевищуючі $m-1$.

Чим менше основа, тим більше знаків треба для запису числа. Можлива кількість комбінацій коду m при n елементах (розрядів).

$$N = m^n$$

У комбінації $N = m^n$ у двійковому п'ятизначному коді можна одержати $N=2^5=32$ комбінації.

2.2.1 Кодування інформації.

Процес перетворення повідомлень у комбінації з дискретних сигналів називається кодуванням; сукупність правил, відповідно до яких проводяться дані перетворення, - кодом.

Кожна комбінація записується у вигляді послідовності, складеної з деяких умовних символів — елементів кодової комбінації. У якості елементів кодової комбінації можуть використовуватися букви *(А, В,* С.) і цифри (0, 1,2...).

У технічних інформаційних пристроях елементами можуть служити одиночні імпульси постійного, струму (відеоімпульси), змінного струму (радіоімпульси), пауза між імпульсами. Ці елементи різняться по якому-небудь одному або декільком кодовим (імпульсним) ознакам. У якості кодових ознак застосовуються такі параметри, як величина, полярність, час, фаза, частота. Кожному повідомленню однозначно відповідає певна кодова комбінація. Код дозволяє записати всі повідомлення на деякому загальному для даного набору повідомлень мові. Із цього підходу набір елементів даного коду розглядають як алфавіт, а кодові комбінації із цих елементів — як кодові слова. Кожне повідомлення передається власним кодовим словом.

Перетворення повідомлень у кодові комбінації (кодові слова) дозволяє забезпечити:

а) передачу необхідної кількості різних повідомлень по даному каналу зв'язку за допомогою комбінування з *n* елементів, що мають *m* кодових ознак;

б*)* узгодження параметрів каналу зв'язки й переданих повідомлень;

в) підвищення вірогідності передачі повідомлень;

г) більш ощадливе використання смуги каналу зв'язки;

д) зменшення вартості передачі й зберігання повідомлень;

е) скритність переданих повідомлень.

Вибір методів кодування, що забезпечують виконання зазначених цілей, є складним завданням, вирішення якої залежить від ряду факторів: кількості переданих повідомлень, числа кодових ознак, необхідного часу передачі,

параметрів каналу зв'язки, можливості апаратурної реалізації. Однак у досить загальному випадку якість методу кодування оцінюється обсягом сигналу для досягнення необхідної завадостійкості при рівній швидкості передачі.

Правила складання кодових комбінацій (коди) і самі кодові комбінації можуть мати різні характеристики. До них відносяться: *число кодових (імпульсних) ознак*, що використовуються для комбінування, кількість розрядів кодової комбінації, *спосіб комбінування* (закон, згідно з яким з одиничних елементів утворюються кодові комбінації), *способи формування елементів коду* (імпульсні ознаки), *спосіб передачі* (поділу) елементарних сигналів.

Основні характеристики кодів

надлишковість коду; швидкість передачі; вага кодової комбінації; кодова відстань; вагова характеристика коду; імовірність невиявленої помилки; оптимальність коду; коефіцієнт невірних переходів.

Довжина коду n - число розрядів (символів), що складають кодову комбінацію.

Основа коду m — кількість значень імпульсних ознак, що відрізняються друг від друга та використовуються у кодових комбінаціях. Для випадку двійкових кодів $m = 2$. У якості значень імпульсних ознак використовуються цифри 0 і 1.

Потужність коду N_p — число кодових комбінацій (робочих кодових слів), що використовуються для передачі повідомлень.

Повне число кодових комбінацій N- число всіх можливих комбінацій, що дорівнює m^n (для двійкових кодів $N=2^n$).

Число інформаційних символів - $к$— кількість символів (розрядів) кодової комбінації, призначених для передачі повідомлення. Очевидно,

$$N_p = 2^k.$$

Число перевірочних символів r - кількість символів (розрядів) кодової комбінації, необхідних для корекції помилок. Це число характеризує абсолютну надмірність коду.

В теорії кодування під надмірністю коду R розуміють відносну надмірність, рівну відношенню числа перевірочних символів до довжини коду:

$$R = r/n$$

У загальному випадку ця формула може бути приведена до виду

$$R = 1 - \frac{\log_m N_p}{\log_m N}$$

Швидкість передачі кодових комбінацій — відношення числа інформаційних символів до довжини коду:

$$R' = k/n$$

Оскільки $n = k + r$, те

$$R' = 1 - R$$

Вага кодової комбінації (коду) w — кількість одиниць у кодовій комбінації.

Приклад № 2.2

Наприклад, кодова комбінація 101100110 характеризується довжиною коду $n = 9$ і вагою $w = 5$.

Кодова відстань d між двома кодовими комбінаціями — число однойменних розрядів з різними символами. Практично кодова відстань виражається як вага суми по модулю два кодові комбінацій.

Приклад № 2.3

Наприклад, для визначення кодової відстані між комбінаціями 10010111 і 00100110 необхідно просумувати їх по модулю два:

```
  10010111
+ 00100110
  10110001
```

Отримана в результаті підсумовування нова кодова комбінація характеризується вагою $w = 4$. Отже, кодова відстань між вихідними комбінаціями $d. = 4$.

Вагова характеристика коду $W_{(w)}$ — число кодових комбінацій ваги w. Наприклад, для коду, що містить кодові комбінації 00000, 01110, 10101 і 11011, вагарня характеристика $W_{(0)} = 1$, $W(3) = 2$, $W(4) = 1$, тобто даний код складається з одного кодового слова ваги 0, двох слів ваги 3 і одного слова ваги 4.

Імовірність невиявленої помилки $P_{но}$ — ймовірність такої події, при якім прийнята кодова комбінація відрізняється від переданої, а властивості даного коду не дозволяють визначити факту наявності помилки.

Оптимальність коду — властивість такого коду, який забезпечує найменшу ймовірність невиявлення помилки серед усіх кодів тієї ж довжини *n* і збитковості *r*.

Коефіцієнт хибних переходів

$$K_л(d) = \frac{1}{N_p}\sum_{i=1}^{N}\frac{N_{pi}(d)}{C_n^d}$$

де $P_{pi}(d)$ — число робочих кодових комбінацій, що відстоять від і- *кодової* комбінації на відстань *d*, C^d_n — число комбінацій з *n* по *d*.

Даний коефіцієнт показує, яка частка помилок кратності *d* не виявляється.

Доведено, що для систематичних кодів усі кодові слова мають однаковий розподіл кодових відстаней до інших слів, тому розподіл кодових відстаней для будь-якого слова можна визначити, використовуючи вагову характеристику систематичного коду.

Коефіцієнт хибних переходів у цьому випадку

$$K_{л(w)} = \frac{W(w)}{C_n^w}$$

Приклад № 2.4

Визначити надмірність і швидкість передачі коду, призначеного для передачі 16 повідомлень, якщо довжина двійкового коду $n = 5$.

Розв'язок. Повне число кодових комбінацій $N = 2^n = 25 = 32$.

$R = 1 - \frac{log_2 16}{log_2 32} = 1 - \frac{4}{5} = 0{,}2$; $R' = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.

Приклад № 2.5

Вагова характеристика коду з $n = 5$ наступна: $W_{(1)} = 1$; $W_{(3)} = 2$; $W_{(4)} = 1$; $W_{(5)} = 1$.

Визначити коефіцієнт хибних переходів.

Розв'язок. Т.к. $K_л = \frac{W_{(\omega)}}{C_n^{\omega}}$, де $W_{(\omega)}$ - вагова характеристика коду, випливає, що $Кл_{(1)} = 0{,}2$; $Кл_{(2)} = 0$; $Кл_{(3)} = 0{,}2$; $Кл_{(4)} = 0{,}2$; $Кл_{(5)} = 1$. Таким чином, даний код виявляє всі дворазові помилки й 80% однократних, трикратних і чотириразових помилок. Не виявляються тільки п'ятикратні помилки.

2.3 Основи побудови ненадлишкових кодів

2.3.1 Для ненадлишкових кодів характерно повне використання комбінацій. До ненадлишкових код відносить також коди із частковим використанням комбінацій, у яких мінімальна кодова відстань $d_{мін} = 1$. Такі коди виявляють не всі види спотворень, викликаних навіть однократною перешкодою. Кількість різних комбінацій, яке можна одержати з *n*-розрядного числа, визначаємо по формулі:

$$N = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n$$

Де $C°_n$, C^1_n, ...- число комбінацій з *n* елементів по 0,1, ..., *n*. Після відповідних перетворень одержуємо $N = 2^n$. Тому що в цьому випадку використовуються всі можливі комбінації, то *n* є мінімальною кількістю розрядів, за допомогою яких можна побудувати максимальна кількість кодових комбінацій при числі можливих значень символів 2 (0;1). Звідси кількість розрядів, необхідне для передачі N повідомлень,

$$n = log_2 N$$

Приклад 2.6. Визначити кількість розрядів кодової комбінації для передачі восьми повідомлень: $n = \log_2 8 = 3$, тобто повідомлення буде складатися із трьох символів, кожний з яких може мати два значення: 0 і 1.

Кодові комбінації при використанні коду на всі комбінації будуються в такий спосіб. Складається таблиця (табл. 2.1) в першій графі якої записуються номери всіх можливих повідомлень *N*, у другий — імовірність їх одержання. Далі всі повідомлення діляться на дві рівні групи. Для групи I першому символу кодових комбінацій привласнюється, наприклад, значення 0, для групи II — значення I. Далі кожна із груп знову ділиться на дві групи. У якості значень другого символу кодових комбінацій для повідомлень групи I знову ухвалюємо 0, для групи II — 1 і т.д.

Отримані комбінації відрізняються одна від іншої не менш чим одним елементом.

Таблиця 2.1.

№ повідомлення	Імовірність одержання	Розподіл на групи			Кодові комбінації
1	1/8			I	000
2	1/8		I	II	001
3	1/8			I	010
4	1/8		II	II	011
5	1/8			I	100
6	1/8		I	II	101
7	1/8			I	110
8	1/8		II	II	111

З табл. 2.1 видно, що запис комбінацій на всі сполучення є записом чисел від 0 до 7 у двійковій системі числення.

Такий код називають простим двійковим кодом. Побудова всіх кодових комбінацій цього коду зручніше за все досягається за допомогою написання необхідної послідовності двійкових чисел. У цих кодах кількість інформації, що доводиться на один символ, максимально.

2.3.2 Двійково-десяткові коди

У двійково-десяткових кодах кожна десяткова цифра представляється групою цифр, що скаладається із чотирьох двопозиційних символів. Дана група дозволяє сформувати $N = 24 = 16$ комбінацій. У десятковій системі використовується тільки 10 цифр, тобто шість комбінацій є надлишковими.

При розгляді десяткових цифр і їх двійкове представлення видно, що використання перших чотирьох розрядів цифри 2 ($2^{\circ} = 1$; $2^1 = 2$; $2^2 = 4$; $2^3 = 8$) приводить до одного з можливих кодів: 8-4-2-1. Кожний розряд цього коду має постійну вагу. Двійково-десяткові коди будуються з урахуванням наступних умов:

1. Вага найменшої значущої цифри g_1 дорівнює 1.
2. Вага другої за мінімальним значенням цифри g_2 становить 1 або 2.

3. Вага, що відповідає двом цифрам коду, що залишилися, підбирається так, щоб їх сума була більше або рівна 6 (якщо g_2=2) або 7 (якщо g_2=1).

Відповідно до цих умов можна сформулювати 17 видів кодів, наведених у табл. 2.2. Крім коду 8-4-2-1, усі інші 16 кодів не мають однозначності в зображенні десяткових чисел. Так, код 4-3-2-1 дозволяє записати цифру 6 як 1010 або 0111.

Вибір виду двійково-десяткового коду диктується рядом конкретних умов його використання й міркуваннями зручності його реалізації. Двійково-десяткові коди широко застосовуються при побудові дискретних телевимірювальних систем у тих випадках, коли вимірюваний параметр, повинен відтворюватися на цифрових індикаторах.

Таблиця 2.2

№ п/п	Вага розрядів g_4 g_3 g_2 g_1	№ п/п	Вага розрядів g_4 g_3 g_2 g_1	№ п,п	Вага розрядів g_4 g_3 g_2 g_1
1	8 - 4 - 2 - 1	7	6 - 3 – 2 - 1	13	4-2- 2 —1
2	7 - 4 - 2 - 1	8	5 - 3 - 2 - 1	14	6 — 3- 1 —1
3	6 - 4 - 2 - 1	9	4 -3- 2 - 1	15	5 — 3- 1 —1
4	5 - 4 - 2 - 1	10	3 - 3 - 2 - 1	16	4 — 3- 1 -1
5	4 - 4 - 2 - 1	11	6 - 2 - 2 - 1	17	5 — 2- 1 —1
6	7 - 3 - 2 -1	12	5 - 2 - 2 - 1		

Двійково-десяткові коди мають деяку надмірність: $R = 1 — 1og_{210}/1og_{216} = 0,2$, що можна використовувати для виявлення деяких помилок, але при цьому виявляються далеко не всі навіть найпростіші однократні помилки.

2.3.3 Самодоповнюючі двійково-десяткові коди,

Широке поширення в обчислювальній техніці знайшли двійково-десяткові коди, що володіють властивістю самодоповнюваності. Необхідність у таких кодах викликана заміною операції вирахування в ЕОМ операцією додавання, що виконуються в спеціальних машинних кодах — зворотному й додатковому. У зворотному коді кожний розряд $[a_i]_2$ представляється як доповнення до 2—1, тобто $[a_i]_2 = 2 — 1 = 1$. Доповнення до 2—1 = 1 рівно 0, якщо a_i =1, і 1, якщо a_i =0,

тобто є інверсією цифри a_i . Для десяткового коду необхідно знаходити доповнення до 9. Зручність, самодоповнюючих двійково-десяткових кодів в тому, що двійково-десятковий код цифри, що являється доповненням до 9, знаходиться аналогічно двійковому коду простою інверсією двійкових зображень десяткового числа у коді, для якого визначається. Отже, якщо розряд десяткового числа a_i представляємо за допомогою групи із чотирьох двійкових символів g_4, g_3, g_2, g_1, то доповнення до 9 визначається як $[a_i] = g_4g_3g_2g_1$ де g_i — заперечення двійкової цифри g_i . Найпоширеніший кодами, що самодоповнюються, являється код 2-4-2-1 (код Айкена) и код 8-4-2-1 зі збитком 3 (табл. 2.3)

Таблиця 2.3

Деся-ткова цифра	Код Айкена	Код зі збит-ком 3
0	0000	0011
1	0001	0 100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	1011	1000
6	1100	1001
7	1101	1010
8	1110	1011
9	1111	1100

З таблиці видно, що при заміні цифр усіх чотирьох розрядів коду з 0 на 1 (або навпаки) виходить доповнення до 9 для десяткової цифри, що кодується.

2.3.4 Відбиті коди

У двійковому коді при переході від зображення одного числа до зображення сусіднього старшого або сусіднього молодшого числа може відбуватися одночасна зміна цифр у декількох розрядах. Так, при переході від зображенн числа 7 (0111) до зображення числа 8 (1000) одночасно змінюються цифри у всіх чотирьох розрядах. Це може бути джерелом значних помилок при деяких способах кодування безперервних повідомлень у двійковий код.

Одним з найпоширеніших і ефективних засобів боротьби з помилкою неоднозначності — використання спеціальних кодів, що носять назву відбитих (рефлексних — від англійського слова reflect- відбивати). Відмінною рисою цих

кодів є те, що сусідні кодові комбінації різняться цифрою тільки в одному розряді. Таким чином, у цих кодах немає одночасної зміни цифр у декількох розрядах.

Можна побудувати велику кількість двійкових кодів, у яких дві сусідні кодові комбінації будуть відрізнятися тільки одним символом. У табл. 2.4 наведено кілька варіантів таких кодів.

Таблиця 2.4

Десяткове число	Варіанти відбитих кодів						
	1	2	3	4	5	6	7
0	000	000	000	000	000	000	000
1	010	100	100	001	001	001	001
2	011	101	110	011	101	101	101
3	001	001	010	010	111	100	100
4	101	011	011	110	011	110	110
5	111	111	111	111	010	111	111
6	110	110	101	101	110	011	011
7	100	010	001	100	100	010	010

Найбільше поширення із усіх відбитих кодів, що володіють більш простими методами й схемами перетворення його в простий двійковий код, одержав код Грея.

Розглянемо особливості коду Грея на прикладі. У табл. 2.5 наведений ряд чисел, що виражені комбінаціями простого двійкового коду й коду Грея. Для простоти розгляду взято 16 дискретних значень (включаючи нуль), цифрове представлення яких вимагає всього чотири розряди двійкового коду. Табл. 2.5 дозволяє встановити ряд характерних рис коду Грея.

1. Кожна наступна комбінація завжди відрізняється від попередньої тільки в одній позиції (одному розряді).

2. Зміна значень елементів у кожному розряді при переході від комбінації до комбінації відбувається вдвічі рідше, чим у простому коді.

Пояснимо сказане. У простому коді зміна елемента першого (молодшого) розряду відбувається із чергуванням елементів 0-1-0-1 ..., другого розряду —

Таблиця 2.5

Десяткове число	Простий код	Код Грея
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	001 1	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

із чергуванням 00-11-00-11 ..., третього — із чергуванням 0000-1111-0000 і т.д. У коді Грея відповідно маємо наступні чергування елементів; для першого розряду 11-00-11 ..., для другого 0000-1111-0000 і т.д. Ця властивість дозволяє при тій же швидкодії схеми кодування досягати більш високої точності кодування, чим з використанням простого коду.

3. При додаванні двох сусідніх комбінацій по модулю два число одиниць дорівнює числу розрядів мінус три, тобто в нашім випадку маємо одну одиницю. У загальному випадку для n- значного коду число одиниць дорівнює n — 3.

Ця властивість коду Грея іноді використовується для перевірки правильності прийнятих комбінацій.

4. У коді Грея можна виділити осі симетрії (осі «відбиття»), щодо яких спостерігається ідентичність елементів у деяких розрядах. Так, має місце симетрія щодо осі, проведеної між числами 7 і 8. У комбінаціях, симетричних щодо цієї осі, ідентичні три символи молодших розрядів. Щодо осей 1—2, 5—6, 9—10, 11—12 є симетрія в одному символі молодшого розряду, щодо осей 3—4 і 11 —12 - у двох символах. Вісь симетрії, яка проходить в n-значному коді Грея між комбінаціями, відповідними до рівнів (числам) 2^{n-1}— 1 і 2^{n-1}, називається головною віссю симетрії. Щодо неї є ідентичність символів в (n- 1) розрядах симетричних кодових комбінацій.

Ця особливість послужила підставою для введення терміна «відбитий (рефлексний) код».

Для декодування простого двійкового коду в код Грея можна користуватися наступним правилом:

1) під двійковим числом записати таке ж число зі зміщенням вправо на один розряд (при цьому молодший розряд числа, що зміщується, відкидається);

2) виконати поразрядное додавання зміщеного й незміщеного чисел по модулю два.

Завдання № 2.6.

Перевести двійковий код 11010011 у код Грея.

Розв'язок.

11010011
 1101001(1)
---------- тобто $[11010011]_2 = [10111010]_{\text{Грея}}$

10111010

Завдання № 2.7

Перевести код Грея 10111010 у простий двійковий код.

Розв'язок. Перша цифра записується без змін - 1.

Друга цифра повинна бути 1, тому що відповідна цифра в коді Грея 0 і спереду є тільки одна одиниця, тобто 0 →1.

Третя цифра повинна бути 0 (1→0).

Четверта цифра 1 (1→0, 0→1, тому що спереду дві одиниці)

П'ята - 0 (1→0, 0→1, 1→0).

Шоста - 0 (0→1, 1→0, 0→1, 1→0).

Сьома - 1 (1→0, 0→1, 1→0, 0→1).

Восьма - 1 (0→1, 1→0, 0→1, 1→0, 0→1).

Отриманий двійковий код має вигляд 11010011.

2.3.5 Нерівномірні коди Шеннона — Фано й Хаффмена

При передачі повідомлень, закодованих двійковим рівномірним кодом, звичайно не враховують статистичну структуру переданих повідомлень. Усі повідомлення незалежно від імовірності їх появи являють собою кодові

комбінації однакової довжини, тобто кількість двійкових символів, що доводиться на одне повідомлення, строго постійно. З теореми Шеннона про кодування повідомлень у каналах без шумів випливає, що якщо передача дискретних повідомлень ведеться при відсутності перешкод, то завжди можна знайти такий метод кодування, при якому середнє число двійкових символів на одне повідомлення буде як завгодно близьким до ентропії джерела цих повідомлень, але ніколи не може бути менше її. На підставі цієї теореми можна порушувати питання про побудову такого нерівномірного коду, у якому повідомленням, що часто зустрічаються, привласнюються більш короткі кодові комбінації, а символам, що рідко зустрічаються, — більш довгі.

Таким чином, облік статистичних закономірностей повідомлення дозволяє побудувати більш економічний код. Методи побудови таких кодів уперше запропонували в 1948-1949 рр. незалежно друг від друга Р. Фано й К.Шеннон, тому код назвали кодом Шеннона — Фано.

Код Шеннона — Фано будується так само, як і двійковий код (табл. 2.1), тільки повідомлення вписуються в таблицю в порядку убування ймовірностей. Розподіл на групи проводиться таким чином, щоб суми ймовірностей у кожній із груп були б по можливості однаковими.

Приклад 2.8

Якщо кількість повідомлень N=6, а ймовірності їх (у порядку убування) рівні 0,4; 0,2; 0,2; 0,1; 0,05; 0,05, то на першому етапі розподілу на групи відокремимо лише перше повідомлення (група I), залишивши у групі II усі інші. Далі, друге повідомлення складе першу підгрупу II групи; друга підгрупа тієї ж групи, що складається з чотирьох повідомлень, що залишилися, буде й далі послідовно ділитися на частині так, що щораз перша частина буде складатися з одного лише повідомлення.

Основний принцип, покладений в основу кодування по методу Шеннона — Фано, полягає в тому, що при виборі кожної цифри кодового позначення слід прагнути до того, щоб кількість інформації, що міститься в ній, було найбільшим, тобто щоб незалежно від значень усіх попередніх цифр ця цифра мала два можливих для неї значення (0 і 1) по можливості з однаковою ймовірністю.

Зрозуміло, кількість цифр у різних значеннях при цьому різне, тобто даний код є нерівномірним. Повідомленням, що мають більшу ймовірність, відповідають короткі кодові комбінації, що мають меншу ймовірність — більш довгі кодові комбінації. Середня кількість символів на одне повідомлення для розглянутого коду становить 1.0,4 + 2 • 0,2 + 3.0,2 + 4.0,1 + 5 (0,05 + 0,05) == 2,3. Це значення не дуже далеке від ентропії:

$$H = \sum_{i=1}^{6} - p_i \log p_i = -0{,}4\log 0{,}4 - 2 \bullet 0{,}2\log 0{,}2 - 0{,}1\log 0{,}1 - 2 \bullet 0{,}05\log 0{,}05 \approx 2{,}22$$

У випадку використання простого двійкового коду необхідне число символів склало б 3.

Ще більш зручний близький до коду Шеннона — Фано код Хаффмена. Метод його побудови зводиться до наступного. Повідомлення виписуються в стовпець у порядку убування ймовірностей. Два останні повідомлення поєднуються в одне допоміжне повідомлення, якому приписується сумарна ймовірність. Імовірності повідомлень знову розташовуються в порядку убування ймовірностей у додатковому стовпці, а дві останні поєднуються. Процес триває доти, поки не одержимо єдине повідомлення з імовірністю, рівній одиниці.

Приклад 2.9

Зробити кодування в коді Шеннона-Фано шести повідомлень (N=6), імовірності яких (у порядку убування) рівні 0,4; 0,2; 0,2; 0,1; 0,05; 0,05. Визначити середня кількість символів на одне повідомлення.

Розв'язок. На першому етапі розподілу на групи визначимо перше повідомлення (група I), залишивши групі II всі інші. Далі друге повідомлення складе першу підгрупу II групи; друга підгрупа тієї ж групи, що складається з чотирьох повідомлень, що залишилися, буде й далі послідовно ділитися на частині так, що щораз перша частина буде складатися з одного лише повідомлення. Побудова коду наведена в таблиці.

№ повідомлення	Імовірність	Розподіл на групи	Кодові комбінації
1	0,4	I	0
2	0,2	II I	10
3	0,2	II I I	110
4	0,1	II II I I	1110
5	0,05	II II II II	11110
6	0,05	II II II II	11111

Середня кількість символів на одне повідомлення для розглянутого коду становить 1.0,4 + 2 • 0,2 + 3.0,2 + 4.0,1 + 5 (0,05 + 0,05) == 2,3. Це значення не дуже далеке від ентропії:

$$H = \sum_{i=1}^{6} - p_i \log p_i = -0{,}4\log 0{,}4 - 2 \bullet 0{,}2\log 0{,}2 - 0{,}1\log 0{,}1 - 2 \bullet 0{,}05\log 0{,}05 \approx 2{,}22$$

У випадку використання простого двійкового коду необхідне число символів склало б 3.

Приклад 2.10

Зробити кодування в коді Хаффмена шести повідомлень (*N*=6), імовірності яких (у порядку убування) рівні 0,4; 0,2; 0,2; 0,1; 0,05; 0,05.

Розв'язок. Повідомлення виписуються в стовпець у порядку убування ймовірностей. Два останні повідомлення поєднуються в одне допоміжне повідомлення, якому приписується сумарна ймовірність. Імовірності повідомлень знову розташовуються в порядку убування ймовірностей у додатковому стовпці, а дві останні поєднуються. Процес триває доти, поки не одержимо єдине повідомлення з імовірністю, рівній одиниці.

У таблиці показана методика побудови коду.

№ повідомлення	Імовірність	Допоміжні стовпці				
		1	2	3	4	5
1	0,4	0,4	0,4	0,4	0,6	1
2	0,2	0,2	0,2	0,4	0,4	
3	0,2	0,2	0,2	0,2		
4	0,1	0,1	0,2			
5	0,05	0,1				
6	0, 05					

Щоб скласти кодову комбінацію, відповідну до даного повідомлення, необхідно простежити шлях переходу, повідомлення по рядках і стовпцям таблиці. Для наочності будується кодове дерево. Із точки, що відповідає ймовірності 1, направляються дві гілки, причому гілкам з більшою ймовірністю привласнюється символ 1, з меншої — 0.

Таке послідовне розгалуження продовжуємо доти, поки не дійдемо до ймовірності кожного повідомлення. Кодове дерево для таблиці наведене на рис. 1.

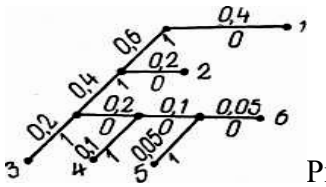


Рис. 2.1 Кодове дерево коду Хаффмена

Тепер, рухаючись по кодовім дереву зверху вниз, можна записати для кожного повідомлення відповідну йому кодову комбінацію:

1 - 0	4 - 1101
2 - 10	5 – 1001
3 - 111	6 - 11000

2.4 Надлишкові коди

Однією з найбільш важливих вимог до систем передачі інформації, є забезпечення високої вірогідності прийнятих повідомлень.

Можливість використання кодування для зменшення числа помилок у каналі була теоретично показана К. Шенноном в 1948 році в його роботі "Математична теорія зв'язку". У ній було зроблене твердження, що *якщо швидкість створення джерелом повідомлень (продуктивність джерела) не перевершує деякої величини, називаною пропускною здатністю каналу, то при відповіднім кодуванні й декодуванні можна звести ймовірність помилок у каналі до нуля*.

Імовірність неправильного повідомлення в даних системах, як правило, не повинна перевищувати $P = 10^{-6} \div 10^{-9}$ у той час як імовірність помилкового приймання одиничного елемента в сучасних дискретних каналах рідко буває менше $p_э = 10^{-3} \div 10^{-4}$. Тому для підвищення вірогідності прийнятих повідомлень звичайно застосовують спеціальні заходи, що знижують імовірність появи помилок до деякого припустимого рівня.

Надлишкові коди — одне з найбільш ефективних засобів забезпечення високої вірогідності прийняття переданих повідомлень. При побудові надлишкового коду для передачі інформації використовується лише частина кодових комбінацій (дозволені комбінації), що відрізняються друг від друга більш ніж в одному розряді. Усі інші комбінації не використовуються й належать до заборонених. Це значить, що з n символів кодової комбінації для передачі інформації використовується k символів. Отже, із загального числа $N=2^n$

можливих кодових комбінацій для передачі інформації використовується тільки $N_p=2^k$ дозволених комбінацій. Відповідно до цього вся безліч $N=2^n$ можливих кодових комбінацій ділиться на дві групи. У першу групу входить безліч $Np=2^k$ дозволених комбінацій. Друга група містить у собі безліч $(N — Np)=2^n - 2^k$ заборонених комбінацій. Неважко бачити, що при використанні надлишкових кодів помилка в одному розряді приводить до заміни дозволеної комбінації на заборонену. При досить великій відмінності дозволених комбінацій друг від друга можна виявити дворазову, трикратну і т.д. помилки, оскільки вони приведуть до утворення заборонених комбінацій, а перехід однієї дозволеної комбінації в іншу відбувається під дією помилок з високою кратністю.

Спотворення інформації в процесі передачі зводиться до того, що деякі з переданих символів заміняються невірними. Оскільки кожен з $2^к$ дозволених комбінацій у результаті дії перешкод міг трансформуватися у будь-які інші, всього буде $N_PN = 2^k \bullet 2^n$ можливих випадків передачі (мал.), що включає у себе $N_p=2^k$ випадків безпомилкової передач (мал., суцільні лінії); $N_p(N_P—1)=2^k(2^{k-}1)$ випадків переходів у інші дозволен комбінації, що відповідає помилкам, що не виявляються - пунктирні лінії); $N_p(N- N_P) = 2^k(2^n - 2^{к)}$ випадків переходу в заборонені комбінації, які можуть бути виявлені (мал., штрихпунктирні лінії).

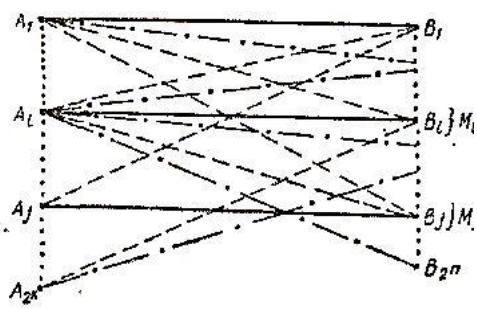


Рис. 14. Возможные трансформации разрешенных кодовых комбинаций.

Отже, не всі спотворення можуть бути виявлені. Частка помилкових комбінацій, що виявляються:

$$\frac{N_p(N-N_p)}{N_pN}=1-\frac{N_p}{N}=1-\frac{2^k}{2^n}$$

Для використання даного коду в якості коду, що виправляє, безліч заборонених кодових комбінацій розбивається на N_p підмножин M_k, що не пересікаються.

Кожне з підмножин ставиться у відповідність однієї з дозволених комбінацій. Якщо прийнята заборонена комбінація належить підмножині *Mi,* вважається, що передана комбінація *Ai* (мал.)

Помилка буде виправлена в тих випадках, коли отримана комбінація дійсно утворювалася з комбінації A_i. Таким чином, помилка виправляється в *(N — Np)* випадках. Частка помилкових комбінацій, що виправляються

$$\frac{N - N_p}{N_p\left(N - N_p\right)} = \frac{1}{N_p}$$

Будь-який код при виконанні умови $N_P<N$ може застосовуватися в якості коду, що виправляє. Спосіб розбивки на підмножини залежить від того, які помилки повинні виправлятися даним кодом.

Більшість розроблених кодів призначене для коректування взаємно незалежних помилок певної кратності й пачок (пакетів) помилок.

К. Шеннон сформулював теорему для випадку передачі дискретної інформації по каналу з перешкодами стверджуючу, що ймовірність помилкового декодування прийнятих сигналів може бути забезпечена як завгодно малою шляхом вибору відповідного способу кодування сигналів. У теоремі Шеннона не говориться про те, як потрібно будувати завадостійкі коди. Однак у ній вказується на принципову можливість кодування, при якому може бути забезпечена як завгодно висока вірність передачі. Це стало стимулом до розробки завадостійких кодів.

Завадостійкість кодування забезпечується за рахунок введення надмірності в кодові комбінації, тобто за рахунок того, що не всі в кодові комбінації використовуються для передачі інформації.

Усі завадостійкі коди можна розділити на два основні класи: *блокові й безперервні* (рекурентні або ланцюгові).

У *блокових* кодах кожному повідомленню (або елементу повідомлення) зіставляється кодова комбінація (блок) з певною кількістю сигналів. Блоки кодуються й декодуються окремо друг від друга.

Блокові коди можуть бути *рівномірними*, коли довжина кодових комбінацій *n* постійна, або *нерівномірними*, коли *n* змінна. Нерівномірні завадостійкі коди не одержали практичного застосування через складність їх технічної реалізації. У безперервних кодах введення надмірності в послідовність вхідних символів здійснюється без розбивки її на окремі блоки. Процеси кодування й декодування в безперервних кодах мають також безперервний характер.

Як блокові, так і безперервні коди залежно від методів внесення надмірності підрозділяються на *роздільні й нероздільні*.

У *роздільних* кодах чітко розмежована роль окремих символів. Одні символи є інформаційними, інші - перевірочними й служать для виявлення й виправлення помилок. Роздільні блокові коди називаються звичайно *n, k-кодами*, де *n* — довжина кодових комбінацій, *k* — число інформаційних символів у комбінаціях.

Нероздільні коди не мають чіткого поділу кодової комбінації на інформаційні й перевірочні символи.

Роздільні блокові коди діляться, у свою чергу, на *несистематичні й систематичні*.

Несистематичні роздільні коди будуються таким чином, що перевірочні символи визначаються як сума підблоків довжини *l,* на які поділяється блок інформаційних символів.

Більшість відомих роздільних кодів становлять *систематичні* коди. У цих кодів перевірочні символи визначаються в результаті проведення лінійних операцій над певними інформаційними символами. Для випадку двійкових кодів кожний перевірочний символ вибирається таким, щоб його сума по модулю два з певними інформаційними символами стала рівною нулю. Декодування зводиться до перевірки на парність певних груп символів. У результаті таких перевірок

дається інформація про наявність помилок, а якщо буде потреба — про позицію символів, де є помилки.

2.4.1 Зв'язок коригувальної здатності коду з кодовою відстанню

Для оцінки ступеня відмінності між довільними комбінаціями даного коду використовується поняття мінімальної кодової відстані d_{min}. Для виявлення всіх помилок кратності до t_o ця відстань повинна задовольняти наступній умові:

$$d_{min} \geq t_0 + 1$$

Тому неможливо виявити помилки кратністю, рівної *n.*

Для виправлення помилок кратності $t_в$ кодова відстань повинна задовольняти умові

$$d_{min} \geq 2t_в+1.$$

При цьому вся безліч кодових заборонених комбінацій розбивається на *N* непересічних підмножин, кожне з яких ставиться у відповідність однієї з дозволених комбінацій. При одержанні забороненої комбінації, що належить і-підмножині, ухвалюється розв'язок про те, що передавалася дозволена комбінація *Vi*. Спосіб розбивки на підмножини залежить від того, які помилки повинні виправлятися даним кодом.

Для виправлення всіх помилок кратності до $t_в$ й одночасного виявлення всіх помилок кратності не більш t_o (при $t_o \geq t_в$) кодова відстань повинна задовольняти умові

$$d_{min} \geq t_0 + t_в + 1$$

При цьому потрібно мати на увазі, що, якщо виявлена кодом помилка має кратність $t_0 > t_и$, така помилка виправлено бути не може, тобто в цьому випадку код тільки виявляє помилку.

Ідея побудови коду з даною коригувальною здатністю полягає у внесенні і його такої надмірності, яка забезпечила б відстань між будь-якими кодовими комбінаціями даного коду не менш $d_{min.}$ Існує ряд верхніх і нижніх оцінок (границь):

1) границя Хеммінга: $r \geq \log_2 (1 + \sum_{i=1}^{\frac{d_{\min}-1}{2}} C_n^i)$

2) границя Плоткіна: $r \geq 2d - 2 - log_2 d$

3) границя Елайєса: $r \geq \log_2 C_n^m - \log_2 d$

$m = 0{,}5n(1 - \sqrt{1 - \frac{2(d-1)}{2}}$

4) границя Варшамова — Гильберта: $r \geq \log_2 (1 + \sum_{i=1}^{d_{\min}-1} C_n^i)$

Експериментально встановлено, що найбільше близькі значення дає границя Варшамова — Гыльберта. Усі наведені границі дозволяють зробити висновок, що при виконанні однієї з умов є можливість побудувати код з даними параметрами.

Для кодів з d_{min} = 3 отримане точне співвідношення між числом перевірочних символів *r* і довжиною коду *n*: $r \geq log_2(n+1)$

Приклад 2.11

Визначити частку помилок коду, кожна комбінація якого містить один надлишковий символ $n = (k + 1)$. Загальне число можливих кодових комбінацій становить $2^{k+1} = 2^k$ x 2^1, тобто вдвічі більше загального числа дозволених комбінацій.

Розв'язок. Загальне число можливих кодових комбінацій становить $2^{k+1} = 2^k$ x 2^1 - вдвічі більше загального числа дозволених комбінацій.

За підмножину дозволених кодових комбінацій можна прийняти підмножину 2^k комбінацій, що містять парну кількість одиниць (або нулів).

При кодуванні до кожної послідовності з *k* інформаційних символів додається один символ (0 або 1) такий, щоб число одиниць у кодовій комбінації було парним. Спотворення будь-якого непарного числа символів переводить дозволену комбінацію в підмножину заборонених комбінацій, що виявляється на прийомній стороні по непарності числа одиниць. Частка помилок, що виявляються, становить $1 - 2^k/(2^{k+1}) = 0{,}5$.

2.4.2 Побудова систематичних кодів

У теорії кодування широко використовується матрична зображення кодів.

Усі дозволені кодові комбінації систематичного *(n, к)* - коду можна

одержати маючи вихідні дозволені кодові комбінації. Вихідні кодові комбінації повинні задовольняти наступним умовам:

1. У число вихідних комбінацій не повинна входити нульова.

2. Кодова відстань між будь-якими парами вихідних комбінацій не повинне бути менше d_{min}.

3. Кожна вихідна комбінація, як і будь-яка ненульова дозволена комбінація, повинна містити кількість одиниць не менше d_{min}.

4. Усі вихідні комбінації повинні бути лінійно незалежні, тобто жодна з них не може бути отримана шляхом сумування інших.

Вихідні комбінації можуть бути отримані з матриці, що складається з k рядків і n стовпців:

$$P_{n,k} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1\rho} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2\rho} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} & b_{k1} & b_{k2} & \dots & b_{k\rho} \end{vmatrix}.$$

Тут символи перших k стовпців є інформаційними, останні ρ стовпців — перевірочними.

Матрицю $P_{n,,k}$ називають виробляючою.

Виробляюча матриця $P_{n,k}$ може бути представлена двома підматрицями

$$P_{n,k} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1\rho} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2\rho} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{k1} & b_{k2} & \dots & b_{k\rho} \end{vmatrix},$$

где

$$U_k = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} \end{vmatrix}; \quad H_\rho = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1\rho} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2\rho} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{k1} & b_{k2} & \dots & b_{k\rho} \end{vmatrix}.$$

— інформаційною $U_к$ і перевірочною H_p:

Для побудови виробляючої матриці зручно інформаційну матрицю брати у вигляді квадратної одиничної матриці

$$U_{ё} = \begin{vmatrix} 100...00 \\ 010...00 \\ 001...00 \\ \text{---------} \\ \text{---------} \\ \text{---------} \\ 000...10 \\ 000...01 \end{vmatrix}$$

При цьому перевірочна підматриця H_p повинна будуватися з дотриманням наступних умов:

1. Кількість одиниць у рядку повинна бути не менше $d_{min} — 1$.

2. Сума по модулю два двох будь-яких рядків повинна містити не менше $d_{min} — 2$ одиниць.

Перевірочні символи утворюються за рахунок лінійних операцій над інформаційними символами. Для кожної кодової комбінації повинне бути складене p незалежних сум по модулю два. Вибір інформаційних символів, що брав участь у формуванні того або іншого перевірочного символу, залежить від способу декодування коду.

Досить зручно перевірочні суми становити за допомогою перевірочної матриці *H, що* будується в такий спосіб. Спочатку будується підматриця H^1*, що* є транспонованої стосовно підматриці H_p:

$$H^1 = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{21} & \dots & b_{k1} \\ b_{12} & b_{22} & \dots & b_{k2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{1p} & b_{2p} & \dots & b_{kp} \end{vmatrix}.$$

Потім до неї праворуч приписується одинична матриця

$$H = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{21} & \dots & b_{k1} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_{12} & b_{22} & \dots & b_{k2} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{1p} & b_{2p} & \dots & b_{kp} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Алгоритм визначення перевірочних символів по інформаційних за

допомогою матриці наступний. Позиції, зайняті одиницями в першому рядку підматриці H^1, визначають інформаційні розряди, які повинні брати участь у формуванні першого перевірочного розряду кодової комбінації. Позиції одиниць у другому рядку підматриці H^1 визначають інформаційні розряди, що брати участь у формуванні другого перевірочного розряду і т.д.

Приклад 2.12

Нехай, наприклад, матриця коду (7.4) має вигляд:

$$P_{7,4} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$H_\rho = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Перевірочна під матриця:

Транспонована підматриця стсовно H_ρ

$$H^1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Приписуючи праворуч одиничну матрицю, одержимо перевірочну матрицю

$$H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Кодові комбінації повинні містити $\rho = n - k = 7 - 4 = 3$ перевірочних символів. Підматриця H^1 указує на те, що перевірочні символи повинні визначатися рівностями

$$b_1 = a_2 + a_3 + a_4;$$
$$b_2 = a_1 + a_3 + a_4;$$
$$b_3 = a_1 + a_2 + a_4.$$

Тоді для повідомлення, що представляється, наприклад, кодовою комбінацією 0011, перевірочні символи будуть

$$b_1 = 0 + 1 + 1 = 0;$$
$$b_2 = 0 + 1 + 1 = 0;$$
$$b_3 = 0 + 0 + 1 = 1.$$

Отже, повна кодова комбінація буде мати 0011001.

Перевірочна матриця H дуже зручна для визначення місця помилки в кодовій комбінації, а, отже, виправлення помилок. Перевірка кодових комбінацій

при цьому виконується шляхом підсумовування по модулю два перевірочні символів кодових комбінацій і перевірочних символів, обчислених по прийнятим інформаційним. У результаті буде отримана сукупність контрольних рівностей, кожне з яких представляє суму по модулю два одного з контрольних символів і певної кількості інформаційних.

Склад контрольних рівностей легко визначається з перевірочної матриці *H*. До складу першої контрольної рівності повинні входити символи, позиції яких зайняті одиницями в першому рядку матриці *H*. До складу другої контрольної рівності повинні входити символи, позиції яких зайняті одиницями в другому рядку матриці *H,* і т.д.

Приклад 2.13

Так, для розглянутого раніше прикладу з кодом (7,4) ці рівності будуть мати вигляд

$$S_1 = b_1 + a_2 + a_3 + a_4;$$
$$S_2 = b_2 + a_1 + a_3 + a_4;$$
$$S_3 = b_3 + a_1 + a_2 + a_4.$$

У результаті *p* таких перевірок буде отримано ρ - розрядне двійкове число (синдром), яке буде дорівнює нулю при відсутності помилок і відмінно від нуля у випадку наявності помилок.

Якщо код призначений для виправлення помилок, то повинне бути заздалегідь визначена відповідність між видом синдрому й видом помилки, що виправляється.

Нехай у розглянутому прикладі з кодом (7,4) відбулася помилка в першому розряді кодової комбінації (перекручений символ a_1). Тоді перевірочні операції дадуть наступний результат:

$S_1=0;\quad S_2=1;\quad S_8 = 0.$

Таким чином, при помилці в першому розряді кодової комбінації буде отриманий синдром 010. У випадку помилки в другому розряді буде отриманий синдром 101 і т.д.

Якщо для виправлення однократних помилок у кодових комбінаціях одержати синдроми досить просто, то для виправлення дворазових, трикратних і т.д. помилок, а також для виправлення пачок помилок побудова синдромів досить важко й у цих випадках прибігають звичайно до допомоги ЕОМ.

2.5 Коди передачі

2.5.1 Функції кодів передачі.

Середовище поширення й апаратура передачі накладає обмеження на властивості сигналів, що надходять у лінійний тракт,. Як правило, джерело цифрового повідомлення забезпечує виконання обмежуючих вимог, і, отже, між джерелом і лінійним трактом необхідно помістити деякий перетворювач коду. Цей перетворювач можна розглядати як специфічний узгоджувальний пристрій.

У процесі узгодження виявляються основні властивості, які повинен мати код передачі. До цих властивостей відносяться:

1) незалежність від джерела повідомлення,

2) однозначність декодування

3) ефективність,

4) можливість виправлення або виявлення помилок,

5) оптимальний енергетичний спектр,

6) наявність хронуючої інформації,

7) наявність інформації про рівень сигналу,

8) наявність інформації для здійснення блокової синхронізації,

9) малий коефіцієнт розмноження помилок.

1) смугу частот.

2.5.2Принципи кодування.

У своїй основі цифрове повідомлення являє собою впорядковану послідовність символів (звичайно у двійковій формі), що формуються джерелом повідомлення або *кодером джерела.*

Повідомлення перетвориться в електричний сигнал за допомогою *канального кодера.* При цьому кодер встановлює однозначну відповідність, назване кодом, між елементами сигналу на його вході й виході (кодовими символами).

Кодер вибирає різні символи з *алфавіту, що* містить M >2 різних символів, і "видає" символи зі швидкістю I.

Обмежена смуга пропущення каналу зв'язки, перешкоди в ньому, можлива багатолучевість, а також завмирання накладають обмеження на максимальну швидкість передачі інформації.

При *передачі в основній смузі частот,* тобто в низькочастотній області (без модуляції високочастотної *носійної)* канальний кодер називають кодером передачі, а сигнал на його виході – *кодом передачі.*

Тривалість символу *T* визначає *символьну швидкість* передачі, оцінювану в Бодах (числі переданих символах за 1 секунду).

$$I_{бод} = 1/T$$

Тривалість символу T пов'язана із тривалістю одного біта переданої інформації T_b співвідношенням

$$T = T_в log_2 M$$

У свою чергу, тривалість біта визначає *швидкість передачі інформації* (бітову швидкість)

$$I_{бит/с} = 1/T_в$$

Дану швидкість прийнято оцінювати в біт/с. Швидкості передачі зв'язані співвідношенням

$$I_{бит/з} = I_{бод} \log_2 M$$

2.5.2.1 NRZ - код

<u>*NRZ*</u> (Non Return to Zero) – код без повернення в нуль. NRZ код є найпростішим *кодом передачі,* широко застосовуваним на практиці. Існують два різновиди цього коду - уніполярний і біполярний NRZ коди.

У біполярному NRZ коді логічній одиниці відповідає прямокутний імпульс позитивної полярності, а логічному нулю - прямокутний імпульс негативної полярності. Тривалість імпульсів дорівнює тривалості одного біта.

Позитивне або негативна напруга на виході кодера зберігається незмінним у ході тривалості символу, що й визначає термін " без повернення до нуля".

Уніполярний NRZ код відрізняється від біполярного тим, що логічному нулю відповідає не негативний імпульс, а нульова напруга.

Форма сигналу на виході біполярного й уніполярного NRZ кодера має вигляд, наведений на рис. 2.2

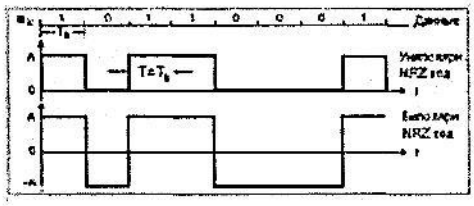


Рис. 2.2 Коди NRZ

NRZ код - це двопозиційний код (M = 2) і тривалість символу збігається із тривалістю біта ($T = T_в$).

Залежність спектральної щільності біполярного NRZ сигналу від частоти представлена на рис. 2.3. На осі абсцис відкладені нормовані значення частоти, причому, у випадку NRZ коду $T=T_в$.

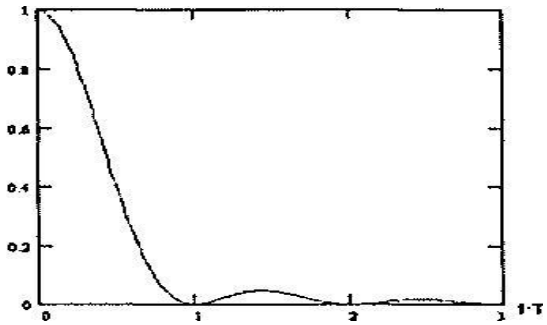


Рис.2.3 Спектральна щільність біполярного NRZ

Теоретично спектр NRZ сигналу нескінченний. Обмеження смуги при передачі по реальних каналах зв'язку приводить до взаємного накладення сигналів різних символів - міжсимвольною інтерференцією.

Ширину спектра NRZ, як і інших цифрових сигналів, прийнято оцінювати по ширині головної пелюстки. У випадку NRZ ширина головної пелюстки спектра

$$B = 1/T_в$$

Важливою особливістю спектра NRZ сигналу є кінцеве значення спектральної щільності на нульовій частоті. Отже, біполярний NRZ сигнал має постійну складову.

Спектр уніполярного NRZ коду відрізняється від спектра біполярного NRZ коду наявністю дискретної спектральної лінії на нульовій частоті.

2.5.2.2 RZ - код

RZ (Return to Zero) - код з поверненням до нуля. Як і в NRZ коді тривалість символу RZ кода дорівнює тривалості одного біта. Однак прямокутний імпульс позитивної або негативної полярності займає лише половину тривалості символу. Другу половину напруга на виході кодера дорівнює нулю. Саме тому код і названий "кодом з поверненням до нуля".

Код має два різновиди - біполярний RZ код і уніполярний RZ, код. Уніполярний RZ код відрізняється від біполярного тим, що логічному нулю відповідає не негативний імпульс, а нульова напруга.

Подібно NRZ коду RZ код є двопозиційним (M = 2) і має тривалість символу, рівну тривалості біта ($T = T_в$).Форма сигналу на виході біполярного й уніполярного RZ. кодера наведена на рис. 2.4.

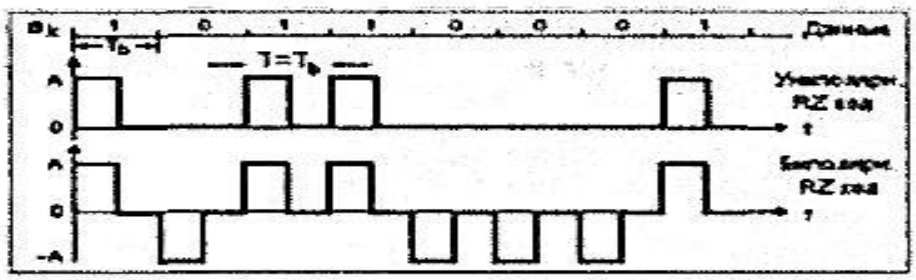


Рис. 2.4 Коди RZ.

Спектр біполярного RZ сигналу (мал.2.5) подібний спектра біполярного NRZ і також має постійну складову.

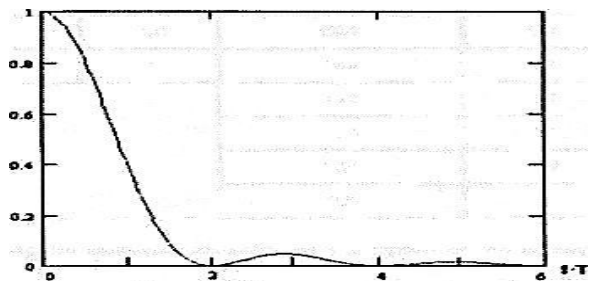


Рис.2.5 Спектр біполярного RZ сигналу

Основна відмінність спектра RZ сигналу - у два рази більша, ніж в NRZ ширина спектра при тих же значеннях швидкості передачі:

B=2/Tв.

Спектр уніполярного RZ коду (рис. 2.6) містить дискретні спектральні лінії, причому не тільки на нульовій частоті, але й на непарних гармоніках тактової частоти Наявність у спектрі складової з тактовою частотою полегшує побудова системи тактової синхронізації в приймачі.

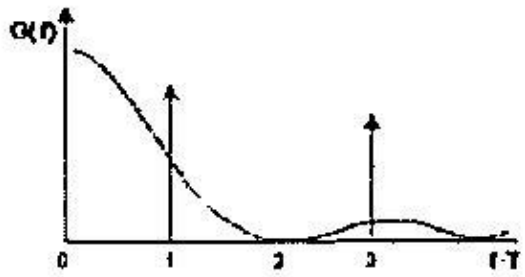


Рис. 2.6 Спектр уніполярного RZ коду

2.5.2.3 Біімпульсний код

У біімпульсному коді при передачі будь-якого символу двійкової інформації 0 або 1 на кожному тактовому інтервалі *T* формуються два імпульси рівної тривалості й протилежної полярності. Хоча при такому визначенні код є відеоімпульсним, для аналізу його властивостей досить корисної виявилася аналогія з радіоімпульсним сигналом. З початку застосування біімпульсний код розглядався в якості гранично фазомодульованого, у якому період носійної частоти збігається з тактовим інтервалом, відведеним для передачі одного із символів двійкової інформації. Аналогія з фазовою модуляцією привела до появи кодів двох типів абсолютного біімпульсного коду (АБК) і відносного біімпульсного коду (ОБК).

Для кожного з наведених типів коду можливі два алгоритми їх формування. Між ними немає принципових відмінностей. Але в конкретних випадках необхідно використовувати єдиний алгоритм. Наприклад, слід установити, що для АБК одиниці двійкової інформації передаються імпульсом негативної полярності на першому інтервалі й позитивної на другому. Тоді для передачі двійкових нулів випливає Необхідність використовувати зворотний порядок

чергування імпульсів, що випливає з малюнка (Рис. 2.7 а, б).

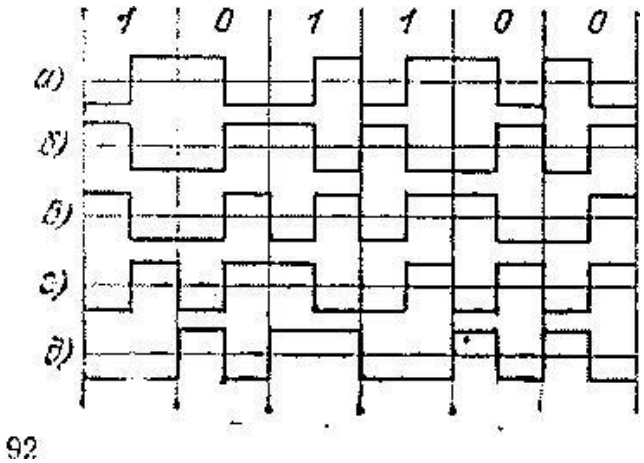


Рис. 2.7 Біімпульсні коди

Із двох алгоритмів формування ОБК (мал. 2.7 *в* и *г)* рекомендується наступний. У порівнянні з попереднім тактовим інтервалом при передачі двійкової одиниці цифрової інформації на черговому тактовому інтервалі зберігається послідовність чергування полярностей імпульсів (по термінології фазової модуляції зберігається фаза сигналу попереднього тактового інтервалу). Передача двійкових нулів змінює порядок чергування полярностей імпульсів (змінює фазу сигналу на 180°). При розгляді принципів цифрової передачі вважається, що двійкова одиниця передається імпульсом (в ОБК — наявністю переходу, тобто фронту або спаду на границях тактових інтервалів), а двійковий нуль — відсутністю імпульсу (відсутністю зазначеного переходу в ОБК).

Біімпульсний код обраний виходячи із загальних міркувань про проблему сумісності і його якісної особливості — повної збалансованості по постійній складовій. Для одержання кількісних оцінок впливу на аналогові системи слід розглянути його спектральну щільність потужності.

Максимальна спектральна щільність в області низьких частот для АБК і ОБК спостерігається при рівній імовірності появи одиниць і нулів у випадковій послідовності двійкових символів.

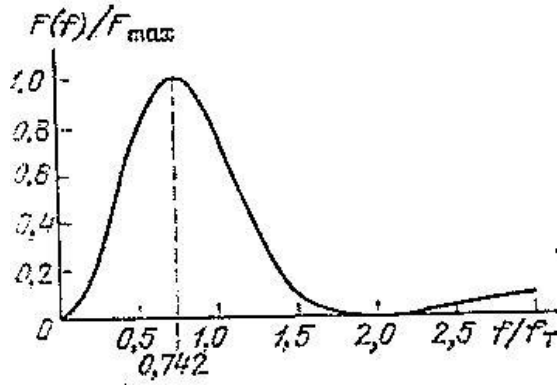


Рис. 2.8 Спектральна щільність потужності біімпульсного коду

2.5.2.4 Код дворівневий з інверсією посилок (CMI). (Рек. G.703 ITU-T)

Код CMI є 2-рівневим кодом без вороття до нуля, у якім двійковий 0 кодується так, що обоє рівня амплітуди A_1 і A_2 досягаються послідовно, кожний з них у плині половини тактового інтервалу (T/2). Двійкова 1 кодується рівнем A_1 або A_2; протягом одного цілого тактового інтервалу (T) так, що ці рівні чергуються для сусідніх двійкових одиниць. Для двійкового 0 завжди має місце позитивний перехід у середині двійкового тактового інтервалу.

Для двійкової 1 має місце позитивний перехід на початку двійкового тактового інтервалу, якщо попереднім рівнем був A_1, і негативний перехід на початку двійкового тактового інтервалу, якщо останній двійкова одиниця була закодована рівнем A_2.

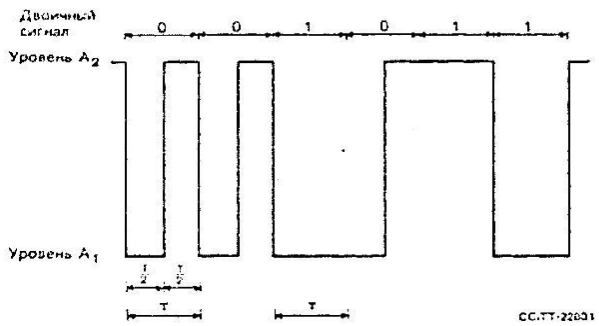


РИСУНОК 18/G.703

Пример двоичного сигнала, закодированного по коду CMI

2.5.2.4 Трьохрівневі коди

Код AMI. У цьому коді при передачі одиниць двійкової інформації

формуються імпульси з полярністю, що чергується, й пасивні паузи. Причому тривалість імпульсів і пауз становить половину тактового інтервалу, відведеного для передачі одного символу двійкової інформації. Двійкові нулі передаються тільки пасивними паузами На мал. 2.10 показана форма спектра, а на рис. 2.11*а* - часова діаграма сигналу АМІ.

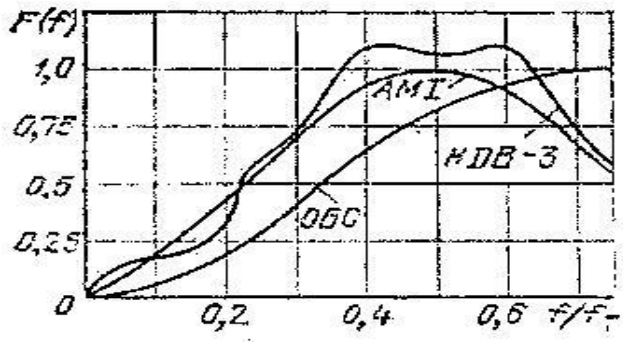


Рис. 2.10 Енергетичні спектри сигналів ЦСП

Одним з істотних недоліків сигналу АМІ є відсутність стійкості до статистичних властивостей переданої інформації при передачі ознак тактового сигналу. Недолік з'явився основною причиною застосування в кабельних ЦСП *неалфавітного коду HDB-3*.

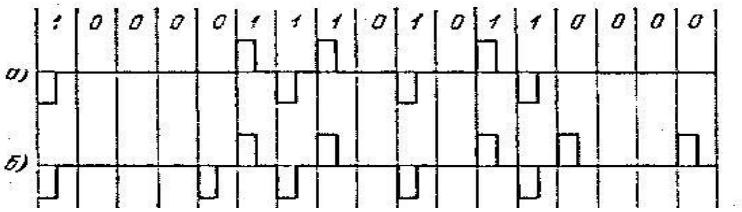


Рис. 2.11 Трьохрівневі коди.

Його відмінність від АМІ полягає в тому, що при передачі послідовності із чотирьох нулів уводиться порушення в правило чергування полярностей імпульсів (рис. 2.11 б). Двійковий нуль на першому тактовому інтервалі цієї послідовності передається пасивною паузою, якщо полярність попереднього імпульсу сигналу HDB-3 протилежна полярності попереднього порушення чергування полярностей і сам імпульс не порушує правило чергування

полярностей. Якщо ці умови не дотримуються, то на тактовому інтервалі першого нуля передається імпульс. Ця полярність повинна забезпечувати змінну інверсію наступних один за одним порушень чергування полярностей для того, щоб усунути в сигналі постійну складову.

Другий і третій двійкові нулі передаються пасивними паузами, а останній двійковий нуль — імпульсом, полярність якого порушує правило чергування полярностей, що є основною ознакою безперервної передачі нулів.

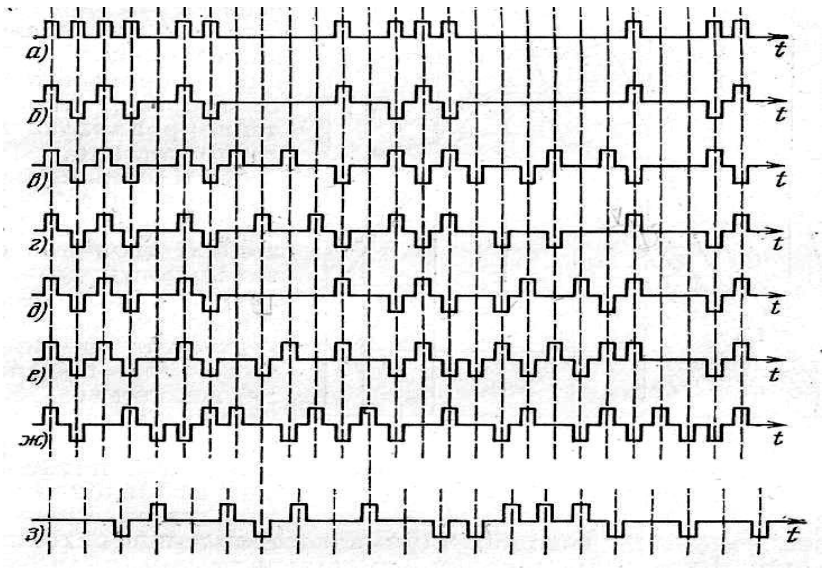
По характеру розподілу спектральної щільності сигнал HDB-3 близький до AMI (див. рис. 2.10).

Незважаючи на деякі переваги для одержання сигналу HDB-3 і наступного його перетворення у двійкову послідовність до складу приймальної апаратури повинні входити кодеки, що збільшує обсяг устаткування й споживану потужність.

Приклад 2.14

Перетворити двійкову послідовність11110110000101111000000010011 у трьохрівневі коди передачі.

Розв'язок: а) двійкова послідовність; б) код ЧПИ; е) КВП-2; г) КВП-3; д) код B6ZS; е) ПИТ код; ж) ПРКК; з) код 4B3T типу FOMOT



2.6 Параметри й характеристики каналів зв'язку

Для організації обміну й передачі даних в автоматизованих інформаційних системах використовуються стандартні телефонні канали тональної частоти (КТЧ), а також кабельні лінії міської телефонної мережі (ГТС). Канали тональної частоти призначали для організації телефонного зв'язку між абонентами одного міста або різних населених пунктів і не враховували особливостей передачі дискретних сигналів.

Параметри каналів, які практично не виявляли впливу на якість передачі телефонних повідомлень, помітно погіршують якість передачі дискретної інформації, особливо при передачі на швидкостях 2400 біт/с і вище. Тому при проектуванні АПД по телефонних каналах зв'язку необхідно враховувати їхні особливості, щоб забезпечити необхідну якість переданої інформації.

Однією з характеристик каналів зв'язку є *відносний рівень сигналу.* Відносні рівні по потужності, напруги та току виміряються в децибелах (дБ) і визначаються наступними формулами відповідно:

$$p_м = 10\lg(P_x/P_{icx})$$

$$p_н = 10\lg(U_x/U_{icx})$$

$$p_т = 10\lg(I_x/I_{icx})$$

де P_x, U_x і I_x - потужність, напруга та струм у вимірювальній точці *x;* P_{icx}, U_{icx} і I_{icx}— потужність, напруга й струм у точці каналу, прийнятої за вихідну.

Якщо в якості вихідних прийняті P_{icx}=1мВт; U_{icx}=0,775 В и I_{icx}=1,29 мА, то такі рівні називають *абсолютними.* Напруга й струм у цьому випадку визначені для опору Rн=600 Ом. Якщо опір навантаження каналу не рівно 600 Ом, то вихідні значення напруги та струму визначають за формулами:

$$U_{icx} = \sqrt{10^{-3}R_н}$$

$$I_{icx} = \sqrt{10^{-3}/R_н}$$

Вимірювальний рівень — абсолютний рівень у даній точці, коли рівень на вході каналу дорівнює 0 дБ. Від відносних рівнів можна легко перейти до

абсолютних по формулах:

$$P_x = U_{\text{ісх}} 10^{0.1 p_{\text{м}}}$$

$$U_x = U_{\text{ісх}} 10^{0.05 p_{\text{м}}}$$

Величина $a = 10lg(P_{вх}/P_x) = 20lg(U_{вх}/U_x)$ називається *загасанням* ділянки лінії зв'язку. Співвідношення між рівнями на вході $P_{вх}$ і виході $P_{вих}$ каналу визначає його *залишкове* загасання

$$a_{зал} = p_{вх} - p_{вих} = 10lg(P_{вх}/P_{вих})$$

Загальне загасання кабельної лінії зв'язку довжиною l_K дорівнює $a_Л = \alpha l_K$, де $a_Л$ [дБ/км] — загасання одиниці довжини лінії. Якщо канал зв'язку складається з *i* ділянок, що вносять загасання a_i та j ділянок з посиленням S_j то залишкове загасання всього каналу обчислюється по формулі $a_{зал} = \sum_i a_i - \sum_j S_j$ де $S_j = 10lg(P_j/P_{jвх})$— посилення j-ї ділянки.

Для підвищення перешкодозахищеності сигналів необхідно збільшувати рівень передачі. Однак граничний рівень на виході стандартних каналів строго нормується, тому що перевищення потужності сигналу може привести до перевантаження й виходу з ладу каналоутворюючої апаратури. Так, наприклад, граничний рівень сигналів передачі даних для каналів ТЧ у точці нульового вимірювального рівня (установленого для передачі сигналів телефонних повідомлень) повинен становити 32 мкВт (-15 дБ), хоча в окремих випадках допускається –13дБ.

Приклад 2.14

Відносний рівень сигналу в точці А лінії зв'язку дорівнює – 4,3 дБ.

Визначити абсолютний та вимірювальний рівні в цій точці при умові, що потужність сигналу на вході лінії дорівнює 200 мВт.

Визначаємо потужність сигналу в точці А:

$$P_A = P_{вх} 10^{0,1 p_{Aотн}} = 200 \times 10^{-0,43} = 74,3 мВт$$

Визначаємо абсолютні рівні на вході лінії $p_{вх\ абс}$ та в точці А

$p_{вх\ абс}$ =10lg200=23 dB;

$p_{Aабс}$ = 10lg74,3 = 18,7 dB

Вимірювальний рівень дорівнює $p_{вим} = p_{вх} - a_{ост}$ при $p_{вх} = 0$ dB, таким чином $p_{вим} = 0 – 4,3 = - 4,3$ dB

Приклад 2.15

По лінії зв'язку, що має кіло метричне затухання червоний = 0,175 dB/км, необхідно забезпечити передавання сигналів на відстань $l = 80$ км. Визначити залишкове затухання лінії та потужність сигналу на виході при умові, що вхідна потужність сигналу дорівнює $P_{вх} = 3$ мВт.

Залишкове затухання лінії

$a_{зал} = a_л l_к = 0,175 \times 80 = 14$ dB

Абсолютний рівень сигналу на вході лінії

$p_{вх\ абс} = 10\lg(P_{вх}/P_{іcх}) = 4,77$ dB

Рівень вихідного сигналу визначається різницею

$P_{вих} = p_{вх} – a_{зал} = 4,77 - 14 = - 9,23$ dB

Далі знаходимо потужність сигналу на виході лінії

$$P_{вих} = P_{іcх} 10^{0,1 p_{вих}} = 1 \times 10^{-0,1 \times 9,23} = 0,119 \text{ мВт}$$

2.7 Розрахунки швидкості модуляції й смуги пропущення дискретного каналу

Для передачі по каналу зв'язку одиничних елементів тривалістю те, спектр яких займає нескінченно більшу смугу частот, амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) і характеристика групового часу проходження (ГЧП) каналу повинні бути постійними в нескінченній смузі частот. Реальні канали для передачі відеоімпульсів мають частотні характеристики, близькі до характеристик фільтра нижніх частот, а для передачі радіоімпульсів — смугового фільтра. Для підвищення ефективності використання смуги частот займаного каналу зв'язку спектр частот сигналу обмежують, тобто передають лише ту частину спектра, у якій зосереджена основна енергія сигналу (≥ 90%).

Обмеження спектрів сигналів при передачі по реальних каналах викликає викривлення форми сигналів і появу перехідних процесів, які приводять до взаємного перекриття сусідніх посилок, так званим *міжсимвольними спотвореннями, що* утрудняють приймання одиничних елементів. Основна частина енергії при передачі імпульсів постійного струму зосереджена в смузі

частот від 0 до $1/(2\tau_0)$ Гц. Якщо в канал зв'язку передавати лише частотні складові цього діапазону, мінімально необхідна смуга частот визначається по формулі

$$\Delta F_{min} = \Delta F = {}^{1}/_{(2\tau_0)} = {}^{B}/_{2}$$

де: В - швидкість модуляції.

Гранична швидкість модуляції при передачі двопозиційних відеосигналів і сигналів АМ з однієї бічною смугою (АМ ОБП) буде дорівнювати:

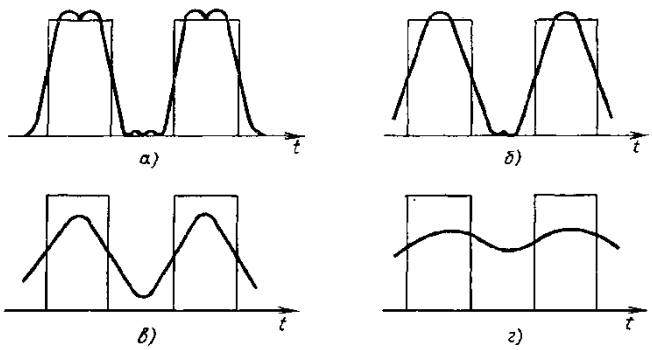
$$B = B_{max} = 2\Delta F$$

При передачі модульованих сигналів (АМ, ФМ, ЧМ) мінімально необхідна смуга частот збільшується вдвічі за необхідності передавати верхню й нижню смуги частот $\Delta F_{min} = 1/\tau_0 = B$. Гранична швидкість передачі в цьому випадку^

$$B_{max} = \Delta F$$

Ці співвідношення звуться межею Найквиста. Слід помітити, що при ЧМ формула слушна лише при індексах частотної модуляції $m_{ЧМ} \le 1$, а для $m_{ЧМ} > 1$ для визначення ΔF_{min} необхідно розрахувати спектр ЧМ сигналу й визначити смугу, у якій зосереджено не менш 90% енергії сигналу.

На рис. 1.8 показана форма сигналів на виході каналу зв'язку, що має характеристику ФНЧ при подачі на його вхід післідовності прямокутних відеоімпульсів тривалістю τ_0 при різній ширині ΔF_{min}:



а) $-\Delta F_{min} = 2/\tau_0$; б) $-\Delta F_{min} = 1/\tau_0$;
в) $-\Delta F_{min} = 1/(2\tau_0)$; г) $-\Delta F_{min} = 1/(3\tau_0)$

Рис. 2.12 Форма сигналів на виході каналу зв'язку при різній ширині смуги пропускання

Для збереження задовільної форми посилок на виході каналу на практиці швидкість модуляції $B_{ПР}$ вибирають трохи менше, чим гранично припустимі B_{MAX}, а саме

$$\mathrm{B}_{\text{пр}} = 0{,}7\mathrm{B}_{max} = 1.4_{\Delta}F_{min}$$

При використанні сигналів АМ, ЧМ і ФМ із двома бічними смугами вона зменшується вдвічі:

$$B_{\text{пр}} = 0{,}35B_{max} = 0.7\Delta F_{min}$$

Передача сигналів з однієї бічною смугою дозволяє майже подвоїти швидкість передачі. У реальних умовах при методах передачі з ОБП практична швидкість визначається виразом:

$$B_{\text{пр}} = (1.1 \div 1.25)\Delta F_{min}$$

Якщо ж при проектуванні АПД заданої є швидкість передачі, то визначається необхідна смуга частот каналу. Для відеосигналів:

$$\Delta F_k = 0.71B$$

Для радіосигналів із двома бічними смугами:

$$\Delta F_k = 1.42B$$

Для радіосигналів з ОБП:

$$\Delta F_k = (0.8 \div 0.9)B$$

При цьому потрібно визначити, що називається шириною смуги пропущення ΔF_K. Для цього використовують частотну характеристику загасання каналу $\Delta a(f)$, яка може бути взята розробником АПД із довідкової літератури у вигляді графіка загасання для нормованих типових каналів або знята експериментально для нестандартного каналу звичайним способом.

Якщо загасання наростає плавно та симетрично щодо носійної частоти, то границя смуги пропущення визначається на рівні загасання 6 дБ, коли в смузі пропущення є непарно-симетричні й коливальні відхилення загасання, то вони не

повинні перевершувати 1,74- 2,6 дБ.

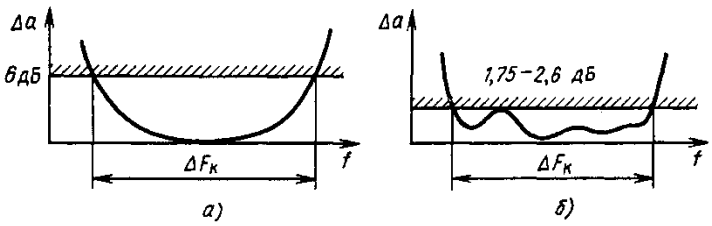


Рис. 2.13 Різновиди частотних характеристик нерівномірності залишкового загасання каналів зв'язку

Для того щоб міжсимвольні спотворення (луна-сигнали) $U_{ЭХО}$, що виникають за рахунок нелінійності частотної характеристики ГЧП, не перевищували припустимої величини $U_{ЭХО} \le (0.1-0.2)U_0$, де - U_0 амплітуда основного сигналу, необхідно, щоб нерівномірність характеристики ГЧП $\Delta\tau_{ГР}(f)$ не перевищувала наступних меж:

для непарно-симетричної (мал. 1.10, *а)* і коливальної (мал. 1.10, в) характеристик ГЧ

$$\Delta\tau_{\text{гр доп}} \leqslant 1/B;$$

для непарно-симетричної залежності (мал. 1.10,6) ГВП

$$\Delta\tau_{\text{гр доп}} \le {}^{0,3}/_{B}$$

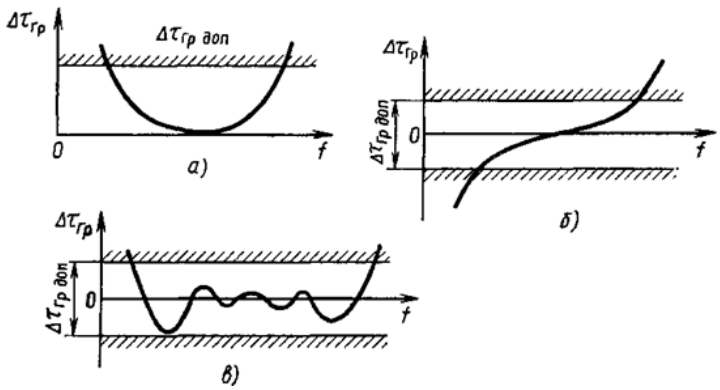


Рис. 1.10. Різновиди частотних характеристик нерівномірності ГЧП каналів зв'язку

Отже, з урахуванням наведених вище обмежень, при розрахунках швидкості передачі або виборі смуги пропущення каналу необхідно перевірити, чи задовольняє нерівномірність характеристики ГЧП в обраній ΔF_K умові $\Delta\tau_{ГР} \le \Delta\tau_{ГР.ДОП.}$. Якщо не задовольняє, то необхідно зменшити швидкість передачі або відкоригувати частотну характеристику ГЧП.

Для знаходження оптимальної швидкості передачі $B_{оп}$ необхідно розв'язати систему двох рівнянь, одне з яких задане залежністю виду $B = k\Delta F_K$, а друге представлене графіком $B = \psi(\Delta F_K)$, побудованим на основі характеристики ГЧП при виконанні умов $\Delta\tau_{ГР.ДОП} \le \tau_0$ або $\Delta\tau_{ГР.ДОП} \le 0.3\tau_0$.

Графік залежності $B = \psi(\Delta F_K)$ будується на основі типовий ГЧП для стандартного каналу або на основі характеристики ГЧП, знятої експериментально для нестандартного каналу зв'язку.

У ряді випадків, при розробці автоматизованих інформаційних систем, задається (або необхідно вибрати) не тільки тип каналу, але й накладаються обмеження на час використання цього каналу, так зване час сеансу зв'язку. Розрахунки за таких умов починають із визначення кількості інформації *I*, яку необхідно передати протягом сеансу зв'язку $T_{СС}$.

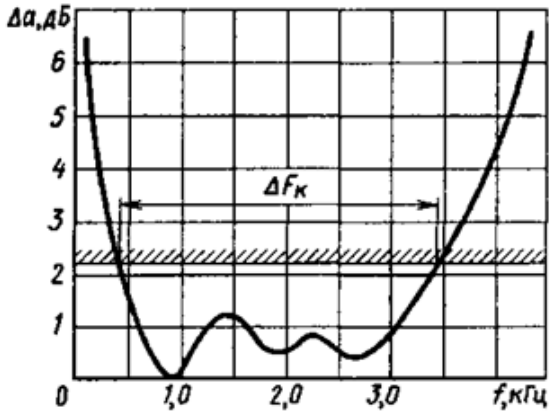
До складу переданого масиву входить не тільки інформація, що підлягає передачі споживачеві $I_П$, але й службові символи (символи початку й кінця передачі, символи, що синхронізують, надлишкова інформація, що вводиться для підвищення завадостійкості, і т.д.). Якщо на початковому етапі проектування кількість службових символів точно визначити не вдається, то орієнтовно кількість службових символів $I_{СЛ}$ визначається в межах 5—10% від обсягу корисної інформації, тобто $I_{СЛ} = (0.05 - 0.1)I_П$. Тоді необхідна швидкість

$$V = (I_п + I_{сл})/T_{сс} = (1{,}05 - 1{,}1)\, I_п/T_{сс}.$$

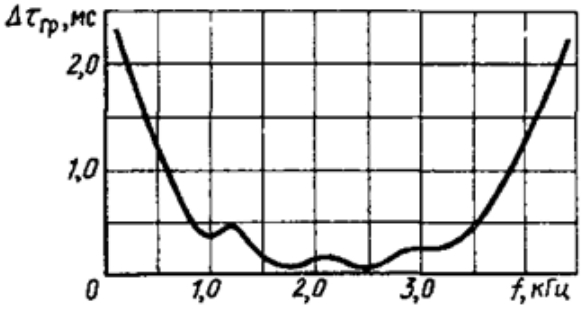
Таким чином, розрахувавши необхідну швидкість передачі вибираємо орієнтовну величину смуги пропущення каналу зв'язку ΔF_K. Слід зауважити, що при використанні стандартних каналів зв'язку розрахункове значення

швидкості модуляції повинне бути округлене до найближчого великого значення, обраного зі стандартного ряду швидкостей.

Приклад 2.15. Апаратура передачі даних повинна забезпечити передачу масиву інформації обсягом $4.26 \cdot 10^6$ біт за час T=1,2 год по каналу зв'язку, частотні характеристики загасання й ГЧП якого представлені на рис.



Частотна характеристика нерівномірності залишкового загасання реального каналу зв'язку



Частотна характеристика нерівномірності ГЧП реального КТЧ

Для визначення необхідної швидкості передачі покладемо, що кількість надлишкової інформації в масиві буде не більш 8%, тоді:

$$V = \frac{(1.08 \times 4.26 \times 10^6)}{4320} = 1065 \text{ біт/с}$$

На частотній характеристиці залишкового загасання, враховуючи коливальний характер її, відзначимо рівень $\Delta a = 2.1$ дБ і визначимо мінімально припустиму смугу каналу зв'язку $\Delta F_K = 3100$Гц. При такій смузі може бути забезпечена практична швидкість передачі при двухполосній модуляції $B_{ПР} = 0.7\Delta F_K = 0.7 \cdot 3100 = 2170$ Бод. Враховуючи, що характеристика групового часу проходження має коливальний характер, то припустима нерівномірність ГЧП у цьому випадку у всій смузі пропущення рівна $\Delta\tau_{ГР.ДОП.} \approx 1/B_{ПР} = 4.6 \cdot 10^{-4} c = 0.46$ мс.

З характеристики ГЧП видно, що в смузі $\Delta F_K = 3100$Гц нерівномірність часу запізнювання $\Delta\tau_{ГР.} \approx 1.5$ мс, тобто швидкість $B_{ПР} = 2170$ Бод без попередньої корекції каналу зв'язку не може бути забезпечена через великі міжсимвольні викривлення. Для визначення оптимальної швидкості передачі двійкових сигналів по каналу зв'язку з нескоректованими частотними характеристиками знайдемо розв'язок системи рівнянь:

$$\begin{cases} B_{ПР} = k\Delta F_K \\ B_{ПР} = \psi(\Delta F_K) \end{cases}$$

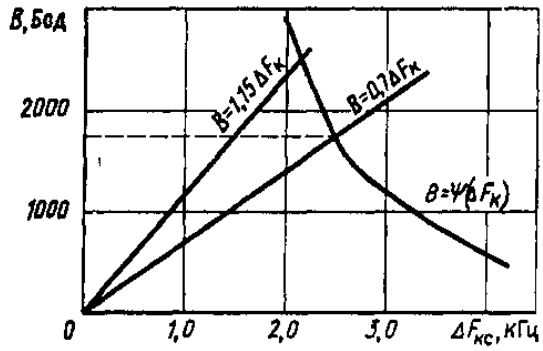


Рис.1.13. Графік визначення оптимальної швидкості передачі інформації (для двухполосної модуляції $k = 0.7$ та однополосної $k = 1.15$).

Відзначаючи на характеристиці ГЧП 5—8 значень $\Delta\tau_{ГР}$, знайдемо відповідні величини ΔF_K. Побудуємо залежність $B_{ПР} = \psi(\Delta F_K)$, зважаючи, що $\Delta\tau_{ГР} \approx 1/B_{ПР}$ (мал.1.13). Точка перетинання двох графіків визначає найбільшу можливу швидкість модуляції *B*. Для двухполосної модуляції $B_{ПРМАХ} = 1750$ Бод, а для однополосної $B_{ПРМАХ} = 2500$ Бод.

Таким чином, необхідна швидкість передачі по заданому каналу зв'язку може бути забезпечена при використанні двопозиційної двухполосної модуляції без корекції характеристики ГВП тому, що *V* чисельно менше $B_{ПРМАХ}$. З ряду стандартних швидкостей для передачі даних вибираємо швидкість модуляції $B = 1200$ Бод.

3 ЛІТЕРАТУРА

3.1 Основна

М.В. Геранин, В.И. Журавлев, С.В. Кунегин “Системы и сети передачи информации», М. Радио и связь, 2001, 336 с.,

2. Б. Скляр «Цифровая связь. Теоретические основы практическое применение.» М.: Издательский дом «Вильямс», 2003, 1104 с.,

3. В.П. Шувалов, Г.П. Катунин, Б.И. Крук и др. под ред. В.П. Шувалова “Системы электросвязи”, М. Радио и связь, 1987, 512с.

4. М.В. Гитлиц, А.Ю. Лев “Теоретические основы многоканальной связи” М. Радио и связь, 1985, 248 с.

3.2 Додаткова література

5. Беллами Дж. “Цифровая телефония”, Перевод с английского , М. Радио и связь, 1986, 544 с.

6. П. Былянски, Д. Ингрем “Цифровые системы передачи”, Перевод с англ. под ред. А.А. Визеля, М. Связь, 1980,360с

7. Н.В. Ситняковский, О.М. Порохов, А.Н. Нехаев “Цифровые системы передачи абонентских линий”, М. Радио и связь, 1987, 215с.6.

8. Л.С. Левин, М.А. Плоткин “Цифровые системы передачи информации”, М.Радио и связь, 1982, 216 с.

9. Н.Т. Березюк, А.Г. Андрущенко, С.С. Мощицкий и др. «Кодирование информации» Харьков, «Вища школа», 1978,252 с.

10. В.В. Ломовицкий, А.И. Михайлов, К.В. Шестак, В.М. Щекотихин «Основы построения систем и сетей передачи информации», М.: Горячая линия-Телеком, 2005.-382 с.

11 Борисов В.А., Калмыков В.В., Ковальчук Я.М. и др.; под ред. Калмыкова В.В. «Радиотехнические системы передачи информации», - М.: Радио и связь, 1990 г. 304 с.

12 Международный союз электросвязи (ITU-T), рекомендации G.703, G.712, G.726, G. 821, V.16, V.19, V.27, V.29, V.33.

13 Международный союз электросвязи (ITU-R), Отчет № 1053.

14 Дж. Прокис. „Цифровая связь.” М.: Радио и связь, 2000,-800с.