

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут»

## **ЦИФРОВЕ ОБРОБЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ. МЕТОДИ**

**Методичні вказівки**  
до лабораторних робіт  
з дисципліни «Цифрове оброблення зображень», «Радіоелектронні медичні  
системи та комплекси 2», «Інтроскопія біооб'єктів та методи відображення  
біоінформації»  
для студентів радіотехнічного факультету

*Рекомендовано вченою радою радіотехнічного факультету*

Київ  
НТУУ «КПІ»  
2013

Цифрове оброблення зображень. Методи. [Текст] : метод. вказівки до лаборатор. робіт з дисципліни «Цифрове оброблення зображень», «Радіоелектронні медичні системи та комплекси 2», «Інтроскопія біооб'єктів та методи відображення біоінформації» для студ. радіотехнічного ф-ту / Уклад.: О.І. Рибін, І.О. Сушко, Н.О. Іванюк - К.: НТУУ "КПІ", 2013. – 39 с.

Гриф надано вченою радою радіотехнічного факультету НТУУ "КПІ"  
(Протокол № 5/2013 від 27 травня 2013р.)

Рекомендовано навчально-методичною комісією радіотехнічного факультету  
(Протокол № 5/2013 від 22 травня 2013р.)

На в ч а л ь н е   в и д а н н я

### **Цифрове оброблення зображень. Методи**

#### **Методичні вказівки**

до лабораторних робіт

з дисципліни «Цифрове оброблення зображень», «Радіоелектронні медичні системи та комплекси 2», «Інтроскопія біооб'єктів та методи відображення біоінформації»  
для студентів радіотехнічного факультету

Укладачі

*Рибін Олександр Іванович, д.т.н., проф.  
Сушко Ірина Олександрівна, асистент  
Іванюк Наталія Олександрівна, асистент*

Відповідальний  
редактор

*Антипенко Руслан Володимирович, канд. техн. наук, доц.*

Рецензент

*Родіонова М.В., канд. техн. наук, доц. каф. Акустики та акустоелектр. факультету електроніки*

*За редакцією укладачів*

**ЗМІСТ**

Вступ .....	4
Мета та основні завдання лабораторних робіт .....	5
Правила техніки безпеки при виконанні лабораторних робіт.....	6
Лабораторна робота №1 .....	8
Лабораторна робота №2 .....	14
Лабораторна робота №3 .....	22
Лабораторна робота №4 .....	29
Лабораторна робота №5 .....	35
Тестові зображення та сигнали в Matlab .....	41
Список рекомендованої літератури .....	42

## **ВСТУП**

Методичні вказівки «Цифрове оброблення зображень. Методи.» до виконання лабораторних робіт для студентів напрямку 6.050902 «Радіoeлектронні апарати» з дисципліни «Інтроскопія біооб'єктів та методи відображення біоінформації», спеціальності 7,8.05090102 «Апаратура радіозв'язку, радіомовлення і телебачення» з дисципліни «Цифрове оброблення зображень» та спеціальності 7,8.05090103 «Радіoeлектронні пристрої, системи та комплекси» з дисципліни «Радіoeлектронні медичні системи та комплекси 2»

Методичні вказівки містять

- програми виконання робіт;
- короткі теоретичні відомості до кожної лабораторної роботи;
- перелік теоретичного матеріалу, який має бути засвоєним для успішного виконання робіт, наводиться безпосередньо при описі кожної лабораторної роботи, наводяться базові відомості з того чи іншого питання, що має сприяти цілеспрямованому вивченню та поглибленому засвоєнню необхідного матеріалу;
- необхідні довідкові дані.

## МЕТА ТА ОСНОВНІ ЗАВДАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

*Мета лабораторних робіт* - набуття студентами навичок з практичної реалізації алгоритмів розрізнання сигналів та образів та методів їх обробки.

Кожна з лабораторних робіт включає етапи:

- мета постановка задачі;
- розробка алгоритму для розв'язання задачі;
- програма в середовищі Matlab;
- ілюстрування графічними даними отримані результати.
- висновки.

Для успішного виконання лабораторних робіт необхідно засвоєння студентом відповідного теоретичного матеріалу. Обсяг необхідного теоретичного матеріалу вказується при описі кожної лабораторної роботи. Узагальнений перелік рекомендованої літератури наведено у відповідному розділі в кінці методичних вказівок.

# **ПРАВИЛА ТЕХНІКИ БЕЗПЕКИ ПРИ ВИКОНАННІ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ**

## **Загальні положення**

1. До роботи в комп'ютерному класі допускаються особи, ознайомлені з даною інструкцією з техніки безпеки та правил поведінки.
2. Робота студентів у комп'ютерному класі дозволяється лише у присутності викладача (інженера, лаборанта).
3. Під час занять сторонні особи можуть знаходитися в класі лише з дозволу викладача.
4. Під час перерв між парами проводиться обов'язкове провітрювання комп'ютерного кабінету з обов'язковим виходом студентів з нього.

## **Перед початком роботи необхідно:**

1. Переконалися у відсутності видимих пошкоджень на робочому місці.
2. Включити комп'ютери та налагодити роботу.

## **При роботі в комп'ютерному класі забороняється:**

1. Знаходитися в класі у верхньому одязі.
2. Класти одяг і сумки на столи.
3. Знаходитися в класі з напоями та їдою.
4. Розташовуватися збоку або ззаду від включеного монітора.
5. Приєднувати або від'єднувати кабелі, чіпати роз'єми, дроти і розетки.
6. Пересувати комп'ютери і монітори.
7. Відкривати системний блок.
8. Включати і виключати комп'ютери самостійно.
9. Намагатися самостійно усувати несправності в роботі апаратури.
10. Перекривати вентиляційні отвори на системному блоці та моніторі.
11. Ударяти по клавіатурі, натискувати безцільно на клавіші.
12. Приносити і запускати комп'ютерні ігри.

**Знаходячись в комп'ютерному класі студенти зобов'язані:**

1. Дотримуватись тиші і порядку.
2. Виконувати вимоги викладача та лаборанта.
3. Дотримуватись режиму роботи.
4. Після закінчення роботи завершити всі активні програми і коректно вимкнути комп'ютер.
5. Залишити робоче місце чистим.

**Необхідно дотримуватись правил:**

1. Відстань від екрану до очей – 70-80 см.
2. Вертикально пряма спина.
3. Плечі опущені і розслаблені.
4. Ноги на підлозі і не схрещені.
5. Лікті, зап'ястя і кисті рук на одному рівні.

**Вимоги безпеки в аварійних ситуаціях:**

1. При появі програмних помилок або збоїв устаткування студент повинен негайно звернутися до викладача (лаборанта).
2. При появі запаху гару, незвичайного звуку негайно припинити роботу і повідомити викладача.

# Лабораторна робота №1

## Віконна обробка сигналів. Локальне перетворення Фур'є

### Мета роботи

Ознайомитись із застосуванням віконної обробки сигналів на прикладі вікон Бартлетта, Хеннінга, Хеммінга.

### Короткі теоретичні відомості

#### Стаціонарні та нестаціонарні сигнали

Неперервне перетворення Фур'є призначене до аналізу одного сигналу, розташованого на осі часу  $t \in (-\infty, +\infty)$ , що зумовлює стаціонарність цього сигналу. Так само усі дискретні (завжди за уявою періодичні) перетворення (як і неперервні перетворення періодичних сигналів) розглядають сигнали, стаціонарні в тому сенсі, що на осі часу (або іншої натуральної координати) вони періодично незмінні в усьому інтервалі  $t \in (-\infty, +\infty)$ . В той самий час суттєву (релевантну) інформацію про стан будь-якої технічної чи біологічної системи оцінюють за відмінами її реакцій від еталонних (які відповідають нормальному функціонуванню системи). Тому з часом форма сигналів може змінюватися і, таким чином, досліджувані сигнали носять не періодичний (при періодичній зовнішній дії), а репетиційний характер. Саме пошук відмін між еталоном і досліджуваною реакцією є основою медичної та технічної діагностики. Часто використання ортогональних перетворень (які теж будемо називати стаціонарними) для сигналів, що мають суттєві відміни (внаслідок інтегрального характеру самого перетворення) не дозволяє помітити такі відміни в області спектрів.

Для ілюстрації цього розглянемо приклад прямокутного імпульсу амплітуди  $A$  і довжини  $\tau$  (рис 1.1,*a*) та той самий імпульс з  $\delta$ -імпульсом на початку (рис.1.1,*б*).

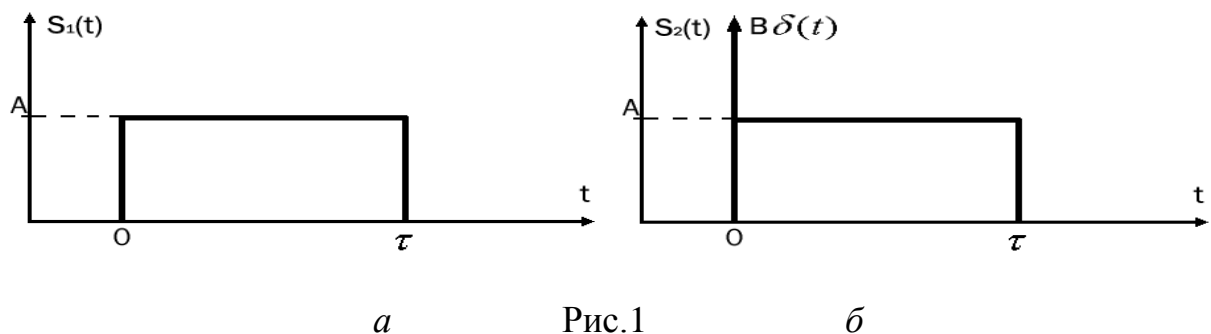


Рис.1

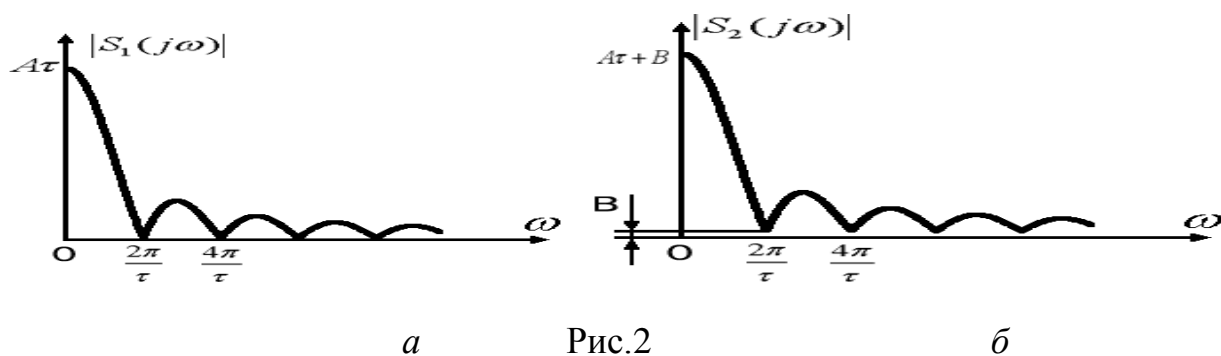


Рис.2

Модулі спектрів ( $S_1(j\omega), S_2(j\omega)$ ) цих двох сигналів (для випадку  $A \times \tau \gg B$ ) зображено на рис.1.2, а та б відповідно.

Зв'язок між спектрами сигналів можна описати виразом

$$S_1(j\omega) = S_2(j\omega) + B,$$

де  $B$  – спектр  $\delta$ -імпульса з вагою  $B$ .

При визначенні експериментально або при обчисленні на ЕОМ спектрів цих двох сигналів, різниці між ними можна й не помітити (на частотах  $\frac{2\pi}{\tau} \times k$  спектр  $|S_2(j\omega)|$  буде мати не нульові значення, як для  $|S_1(j\omega)|$ , а деякі «малі» ( $B > 0$ ), що можуть лежати в межах дозволеної похибки.

Дещо зміниться характер кривих  $|S_2(j\omega)|$  порівняно до  $|S_1(j\omega)|$  в інтервалах пелюсток між  $\frac{2\pi}{\tau} \times k$  та  $\frac{2\pi}{\tau} \times (k+1)$ , що при «малих»  $B$  теж буде непомітним. Це є наслідком того, що «гострий і високий»  $\delta$ - імпульс невеликої площі  $B$  при перетворенні Фур'є «розмивається» по всій осі частот.

Зауважимо тепер, що будь-який стаціонарний сигнал отримують вирізанням з пачки (репетиційних сигналів або сигналів взагалі різної форми), після чого його й розміщують на нескінченній осі часу.

Тому, якщо з послідовності сигналів або з вже даного сигналу  $s_2(t)$  (рис.1.2б) вирізати  $\delta$ -імпульс з частиною прямокутника довжиною  $\tau_1 \ll \tau$ , такою що  $A \times \tau < B$ , то відсутність чи наявність  $\delta$ - імпульсу (рис.3 а, б відповідно) була б дуже помітною.

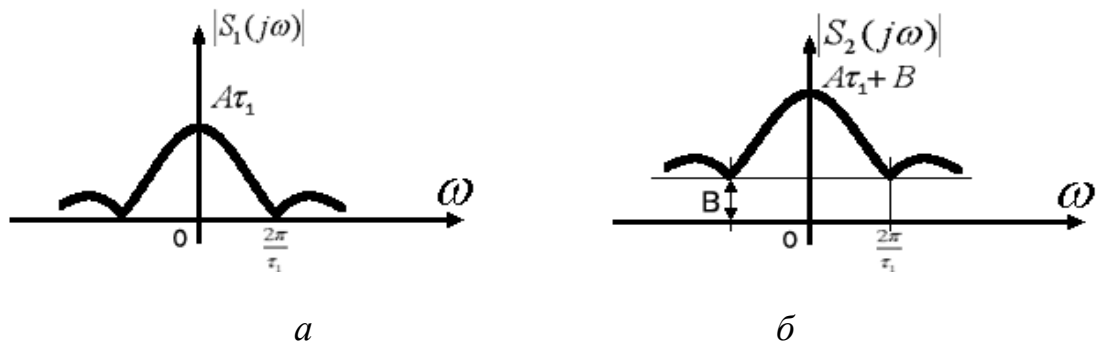


Рис.3

З іншого боку, якщо суттєва інформація зосереджена не в  $\delta$ -імпульсі, а в прямокутному імпульсі довжиною  $\tau$ , тоді останнє обмеження вікном  $\tau_1$  цього імпульсу сильно спотворює спектр.

Таким чином вибір ширини вікна грає вирішальну роль в ідентифікації того чи іншого графоелемента (рис.3 а, б).

Якщо довжина (у часі) шуканого графоелемента відома, ширину часового вікна слід вибирати так, щоб цей графоелемент без спотворень можна було б "вирізати".

### **Віконна обробка сигналів**

Розглянуті приклади певною мірою пояснюють необхідність віконної обробки досліджуваних сигналів.

Оскільки координата часу, на якій знаходиться шуканий графоелемент (наприклад, роздвоєння R-хвилі ЕКГ людини, або випадіння QRS-комплексу, наявність чи відсутність  $\delta$ -імпульсів на вході вторинного джерела електроживлення та інше), невідома, то аналіз наявності графоелементів можливо виконувати у вікні, яке пересувається вздовж осі часу.

Найпростішим в натуральних координатах є прямокутне вікно. Але воно обмежує довжину сигналу у часі, тому спектр Фур'є такого сигналу стає нескінченним вздовж осі частот. З іншого боку, нескінченний частотний спектр слід обмежувати, зробивши тим самим його фінітним. Але такому спектру відповідає нескінченний сигнал. До того ж спектр прямокутного імпульса має «хвилястий» характер (рис.2).

Як відомо, добутку оригіналів відповідає згортка спектрів і навпаки. Тому хвилястий характер буде мати як спектр досліджуваного сигналу, так і

сам сигнал (при обмеженні спектру прямокутником). Це явище відоме як ефект Гіббса.

Для усунення ефекту Гіббса використовують вікна (часові та частотні), форма яких подібна до Гаусового закону, оскільки Гаусів дзвоник при перетворенні Фур'є дає спектр із Гаусовим законом зміни амплітуди.

Оскільки Гаусова крива нескінченна на осі аргументу, то використовують різні її апроксимації. Серед найбільш поширених – вікна Бартлетта, Хеннінга та Хеммінга.

#### **Вікно Бартлетта**

$$w(i) = \frac{2i}{N-1}, \quad 0 \leq i \leq (N-1)/2,$$

$$w(i) = 2 - \frac{2i}{N-1}, \quad (N-1)/2 \leq i \leq N-1; \quad (1.1a)$$

#### **вікно Хеннінга**

$$w(i) = \frac{1}{2} \times \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi i}{N-1}\right) \right), \quad 0 \leq i \leq N-1 \quad (1.1б)$$

#### **вікно Хеммінга**

$$w(i) = 0,54 - 0,46 \times \cos\left(\frac{2\pi i}{N-1}\right). \quad (1.1в)$$

### **Локальне перетворенні Фур'є. Аналіз із сталою роздільною здатністю**

Виконне перетворенні Фур'є першим запропонував Габор, який ввів локальне перетворення Фур'є (short time Fourier). Він розглядав сигнал у вікні  $w(t)$ , вважав його стаціонарним у цьому вікні.

Для видимої крізь вікно  $w(t)$  частини сигналу  $x(t) \times w(t-\tau)$ , тобто **пряме локальне перетворення Фур'є** має вигляд

$$X_{wF}(\tau, j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \times w(t-\tau) \times e^{-j\omega t} dt \quad (1.2a)$$

Тачим чином за формулою можна отримати спектрограму (для різних положень центру вікна  $\tau$ ), тобто двовимірну площину аргументів  $(\tau, \omega)$ .

**Зворотне локальне перетворення Фур'є** можна отримати за формулою

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} X_{wF} \times w(t-\tau) \times e^{j\omega t} d\tau d\omega \quad (1.2б)$$

## Виконання лабораторної роботи

Робота виконується у середовищі Matlab.

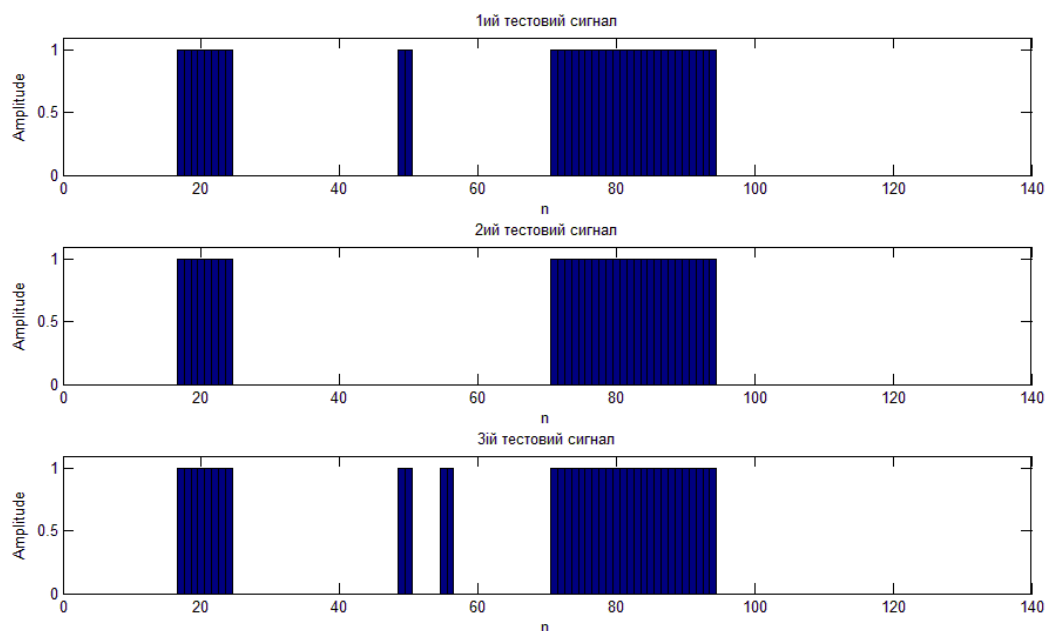
1. Вікна Бартлетта, Хеннінга, Хеммінга та інші види вікон є вбудованими функціями Matlab. За допомогою пошуку у вікні Help ознайомитися з формою запису цих функцій. Побудувати графіки даних вікон різної ширини (кількість відліків  $N=8,16,32,64$ ).
2. Задати тестові сигнали (завдання отримати у викладача).

Для простоти розрахунків та ілюстрації пропонується обрати дискретні тестові сигнали з довжиною 128 відліків, що являють собою послідовність прямокутних імпульсів з нормованою амплітудою рівною 1.

**Для 1ого тестового сигналу:** 1ий імпульс– ширина = 8 відліків, початок 17 відлік; 2ий ширина = 2 відліки, початок 50 відлік, 3ий – ширина = 24 відліки, початок – 70 відлік.

**Для 2ого тестового сигналу:** аналогічно до 1ого – 1ий та 3ий імпульс.

**Для 3ого тестового сигналу:** 1ий імпульс– ширина = 8 відліків, початок 17 відлік; 2ий ширина = 2 відліки, початок 50 відлік, 3ий ширина = 2 відліки, початок 54 відлік 4ий – ширина = 24 відліки, початок – 70 відлік. Побудувати графіки даних сигналів.



3. Виконати перетворення Фур'є та побудувати амплітудні спектри 1, 2 та 3го сигналів, пронормовані за максимальним значенням.
4. Порівняти отримані результати п.4. Зробити висновки.
5. Побудувати спектрограми віконної обробки сигналів для різних значень  $N$  (ширина вікна).
6. Зробити висновки.
7. Скласти протокол виконаної лабораторної роботи, який повинен містити:

- 7.1. Програму, за допомогою якої отримані результати обчислень.
- 7.2. Графіки, отримані при виконанні пунктів 3,4,6,7.3,9,10.
- 7.3. Привести висновки по кожному виконаному пункту роботи та зробити загальний висновок.

### **Контрольні запитання до лабораторної роботи №1**

1. Для чого застосовують віконну обробку сигналів?
2. Чому не застосовують прямокутне вікно? Пояснити ефект Гіббса.
3. Що являють собою вікна Бартлетта, Хеммінга, Хеннінга та ін.?
4. Якою інформацією апріорі ми маємо володіти для застосування віконної обробки за допомогою локального перетворення Фур'є?
5. Що таке локальне перетворення Фур'є? Процес виконання віконної обробки.

## Лабораторна робота №2

### Вейвлет перетворення. Аналіз із змінною роздільною здатністю

#### Мета роботи

Ознайомитися з різними видами вейвлет перетворення, його застосуванням, особливостями побудови скейлограм, порівняти вейвлет перетворення з віконною обробкою за локальним перетворенням Фур'є.

#### Неперервне вейвлет перетворення

Для подолання обмеження та незручності, пов'язаних з локальним перетворенням Фур'є (стосовно роздільної здатності за часом і частотою) для пошуку графоелементів нестационарних сигналів розроблено Вейвлет перетворення (wavelet transform). В перекладі з англійської мови wavelet означає «хвилька». При застосуванні вейвлет-перетворення **роздільні здатності  $\Delta t$  і  $\Delta \omega$  змінюються, але так, що їх добуток відповідає нерівності Гейзенберга** тобто

$$\Delta t_{var} \times \Delta \omega_{var} \geq \pi, \quad (1)$$

де  $\Delta t_{var}$ ,  $\Delta \omega_{var}$  означає змінні величини (в залежності від змінної ширини вікна і відповідної до неї змінної смуги частот).

При цьому зі збільшенням роздільної здатності в області частот роздільна здатність за часом зменшується і навпаки.

Так, для НЧ гармонік, що знаходяться на відстані  $\Omega$  одна від одної їх часовий оригінал можна записати у вигляді

$$x(t) = A_0 \times \cos((\omega_1 + \Omega) \times t) + A_0 \times \cos((\omega_1 - \Omega) \times t) = A_0 \times \cos((\omega_0 + \Omega/2) \times t) + A_0 \times \cos((\omega_0 - \Omega/2) \times t),$$

де  $\omega_0 = \omega_1 + \Omega/2$ , звідки  $x(t) = 2A_0 \times \cos((\Omega/2) \times t) \times \cos(\omega_0 \times t)$ .

Якщо тепер  $\omega_0 \gg \Omega$ , то графік  $x(t)$  зображено на рис.1,б

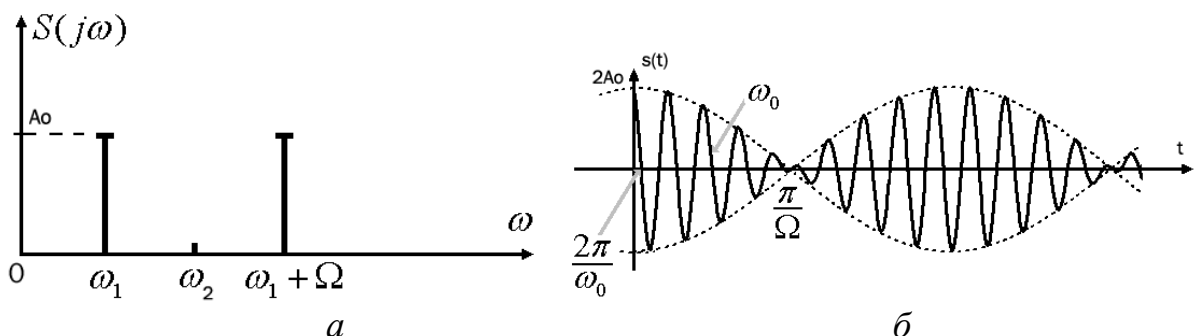


Рис.1

Тобто «биття» (рис.1,б) стають помітними лише для великої кількості періодів середньої частоти  $\omega_0$ . Це означає, що ширина вікна  $\Delta t$  повинна бути більшою ніж  $\pi/\Omega$ , а ширина частотного вікна – меншою, ніж  $\Omega$ . Нехай  $\omega_1 = 10^3$ ;  $\Omega = 100$ , тоді  $\Delta t > \frac{\pi}{\Omega} = \pi \times 10^{-2}$  с, а  $\Delta\omega < 100$ .

Якщо ж взяти два прямокутні імпульси довжиною  $\tau = 10^{-4}$ с та відстані між ними  $T = 10^{-3}$ с (рис.2,а), то їх спектр має вигляд рис.2,б.

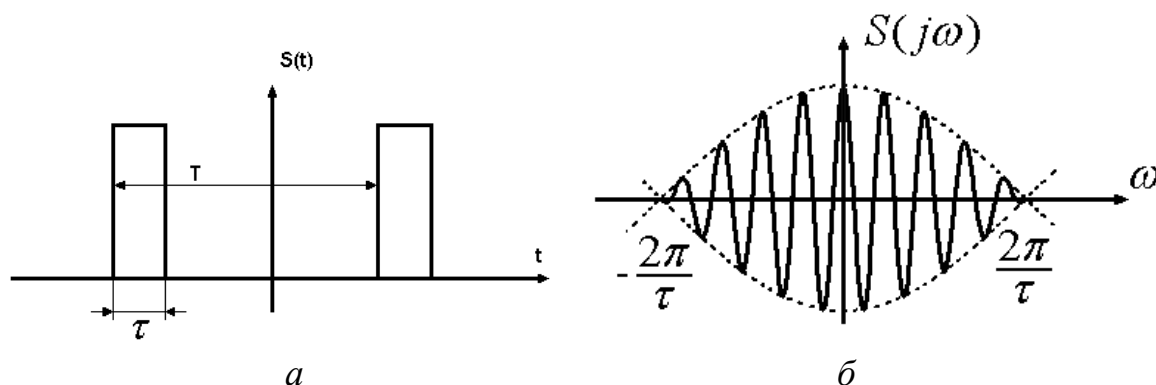


Рис. 2

Для розрізнення двох сигналів рис. 2а смуга прозорості часового вікна повинна бути  $\Delta t < T/2 = 5 \times 10^{-4}$ с, а за частотою  $\Delta\omega > 2\pi/\tau = 2\pi \times 10^4$  рад/с.

Таким чином, наведений приклад демонструє необхідність зміни роздільної здатності при аналізі різних сигналів (рис. 1,б та рис. 2,а).

Нагадаємо також, що одним із головних параметрів якості коливального контура (або смугового фільтра) є його добротність, яку визначають в радіотехнічній практиці як відношення центральної частоти до смуги прозорості  $\Delta\omega_{\Pi}$

$$Q = \omega_0 / \Delta\omega_{\Pi}.$$

При цьому однакову добротність (якість) мають фільтри з більшою смугою прозорості, якщо у стільки ж разів збільшити центральну частоту фільтра  $\omega_0$  (рис. 3).

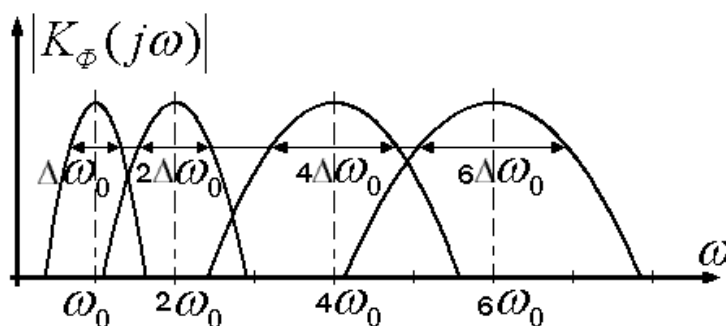


Рис.3

Тобто із зростанням частоти роздільна здатність зменшується (зростає абсолютне значення смуги прозорості фільтрів). При зростанні смуги прозорості часового вікна роздільна здатність за часом зменшується, але разом із цим зменшується смуга прозорості по частоті відповідного йому частотного вікна, тобто збільшується роздільна здатність за частотою.

З теорії передачі сигналів відомо, що для всіх простих сигналів (тобто відеосигналів та їх амплітудно модульованих аналогів) база сигналу  $\beta$ , тобто добуток ефективної ширини спектра Фур'є та ефективної довжини сигналу

$$\beta = \omega_0 \times \Delta t_{min} = 2\pi \times (1 \dots 3),$$

що є для простих сигналів наслідком теореми про зміну масштабу.

Отже, наведені вище приклади (ряд яких можна значно розширити за рахунок ситуацій, що мають місце в радіотехніці, фізиці, механіці і т.ін.) пояснюють появу вейвлет-перетворень, які знайшли в наш час широке застосування.

Пара прямого та зворотного вейвлет-перетворень має вигляд

$$W(a, \tau) = (1/\sqrt{a}) \times \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \times h^*((t - \tau)/a) dt, \quad (2a)$$

$$x(t) = c \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(a, \tau) \times h((t - \tau)/a) \times da d\tau / a^2 \quad (2б)$$

Тут  $c$  - константа, яка залежить від обраної вейвлет-функції  $h_{a,\tau}(t)$ ;  $a$  - скейл (шкала, масштаб частотного діапазону);  $*$  - знак комплексного спряження. Зображення  $W(a, \tau)$  на двовимірній площині координат називають **скейлограмою** (на відміну від **спектрограми** локального перетворення Фур'є). Ядро вейвлет-перетворення (базисну функцію)  $h(t)$  називають **материнською функцією**. Всі інші функції для різних масштабів (і різного положення на осі часу) отримують із неї

$$h_{a,\tau}(t) = h((t - \tau)/a). \quad (3)$$

Материнська функція, як і усі інші вейвлет-функції  $h_{a,\tau}(t)$  представляють собою вікно, заповнене трансформантами перетворення Фур'є.

Розглянемо більш детально перетворення (2а) на прикладі вікна, заповненого трансформантами ортогонального перетворення.

В цьому випадку материнська функція має вигляд

$$h_F(t) = w(t) \times e^{-j\omega t}, \quad (4)$$

а функція із зсувом на час  $\tau$  та масштабом  $a$  має вигляд

$$h_{a,\tau}(t) = w(t - \tau)/a \times e^{-j\omega t/a}. \quad (5)$$

$w(t)$  — материнське вікно, наприклад, у вигляді апроксимації Гауссового дзвона за Хеммінгом, Хеннінгом, Барлетом, прямокутне тощо;  $w(t/a)$  — вікно зі смугою, збільшеною в  $a$  разів.

Відміну вейвлет-Фур'є від локального перетворення Фур'є демонструє рис.4. Так на рис. 4,а зображено дійсні частини ядра  $e^{-j\omega_1 t}$ ,  $e^{-j\omega_2 t}$  у вікні із постійною смугою прозорості, а на рис.4,б — дійсні частини відповідних ядер при зміні масштабу:  $a=1$ ;  $a=1/2$ .

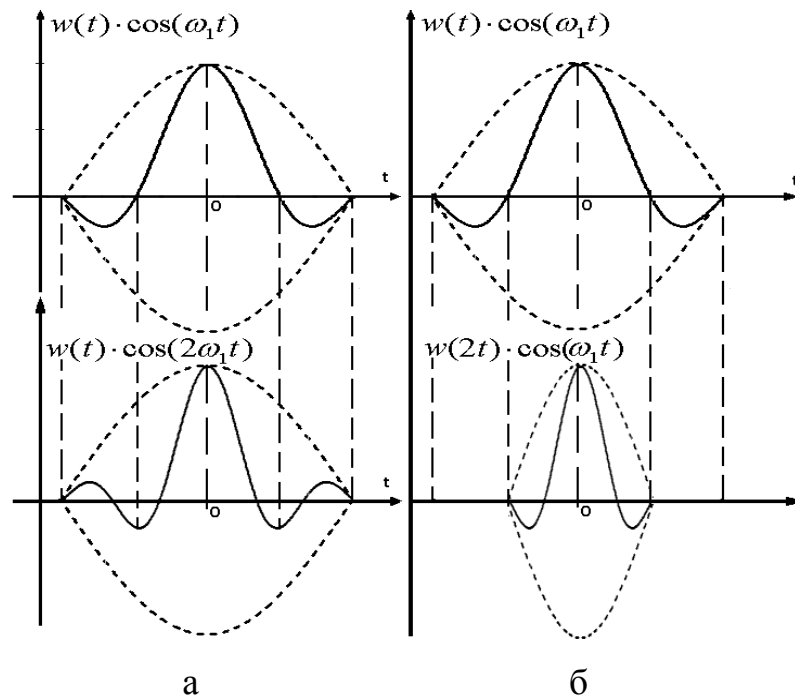
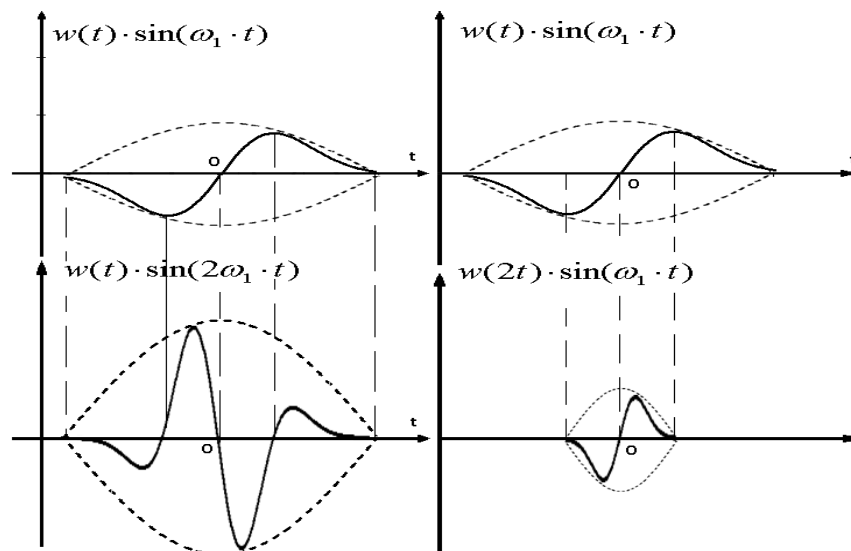


Рис. 4

Аналогічний вигляд мають вікна, заповнені уявною складовою ядра для ЛПФ та вейвлет-Фур'є (рис.5,а та 5,б).



а

б

Рис.5

Амплітудну характеристику спектрів добутоків (рис.4, 5) вікна на ядро перетворення для ЛПФ та Вейвлет-Фур'є наведено на рис. 6,а та рис. 6,б відповідно

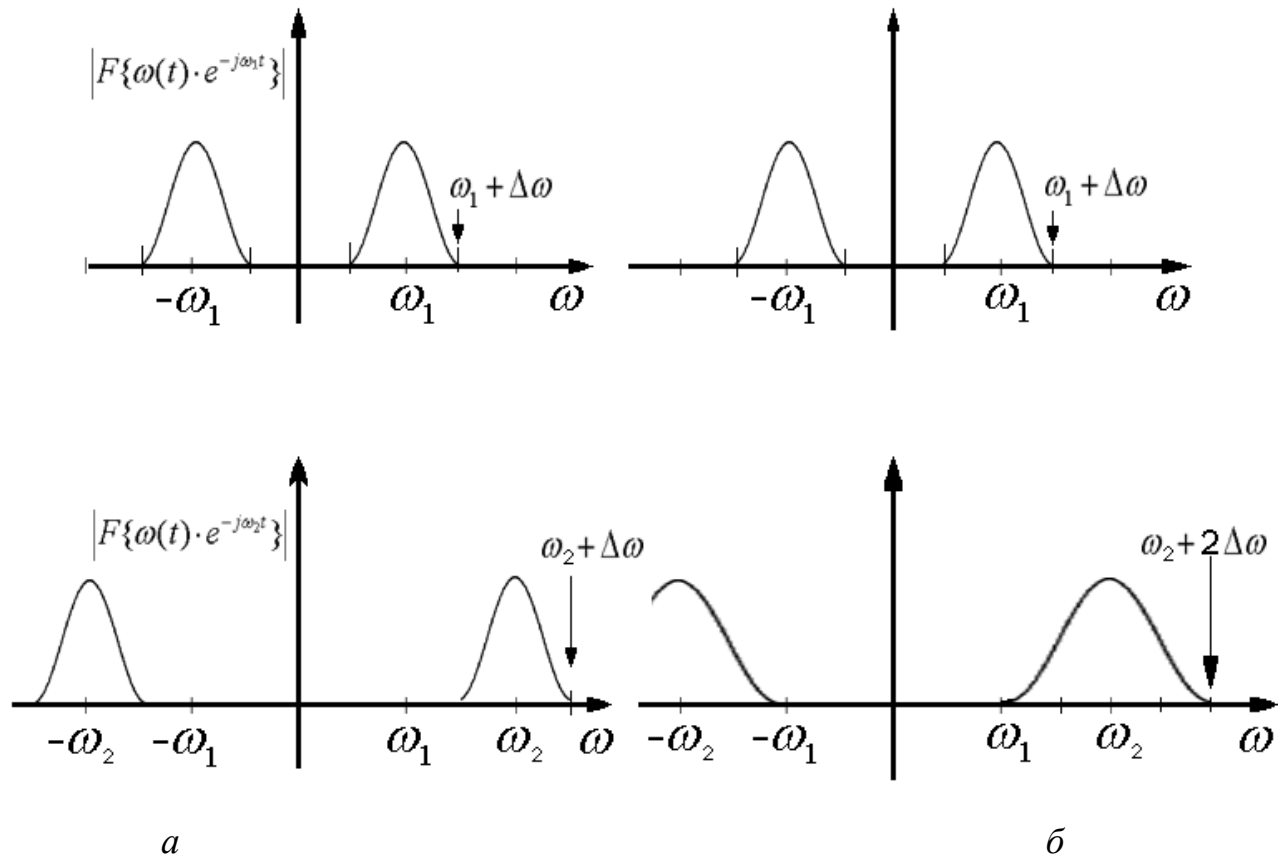


Рис.6

### Виконання лабораторної роботи №3

Робота буде виконуватись в пакеті Matlab.

Для розрахування коефіцієнтів прямого Вейвлет перетворення заданого сигналу та побудови скейлограми в Matlab існують вже вбудовані функції.

Існує велика кількість вже створених Вейвлет перетворень, множина яких записана в бібліотеці **Wavelet Families**.

За допомогою меню Help→Product Help→Search Results→ввести пошукове слово/словосполучення→ Wavelet families можна отримати детальну інформацію про будь-яке Вейвлет перетворення, що нас цікавить.

В роботі будуть використані Mexican hat wavelet, Gaussian wavelet

1. Mexican hat wavelet – Вейвлет «мексиканське сомбреро»

$$\Psi(x) = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\pi^{-1/4}\right)(1-x^2)e^{-x^2/2}$$

`[PSI, X] = mexihat(LB, UB, N)`

Дана функція повертає значення Вейвлет перетворення «мексиканського сомбреро», побудованого (апроксимованого) з N точок на осі X від мінімального до максимального значення на інтервалі [LB,UB].

«Мексиканське сомбреро» має ефективні значення на інтервалі [-5,5].

Ця функція пропорційна другій похідній Гаусівської функції розподілу густини ймовірності.

Побудувати графік функції Вейвлет перетворення «мексиканське сомбреро» на інтервалі [-5,5] з N=1000 точок.

## 2. Gaussian wavelet – вейвлет Гауса

`[PSI, X] = gauswavf(LB, UB, N, P)`

P – порядок даної функції.

Дана функція повертає значення P-ої похідної функції Гауса, побудоване з N точок на інтервалі [LB,UB].

Ефективні значення даної функції знаходяться на інтервалі [-5,5].

Побудувати графік функції вейвлета Гауса 8-го та 4-го порядку на інтервалі [-5,5] з N=1000 точок.

Аналогічно для 8-го порядку.

Як видно, «мексиканське сомбреро» є одним з видів вейвлета Гауса.

Дане перетворення винесене окремо, оскільки використовується найчастіше.

3. Записати перший тестовий сигнал s1 (завдання отримати у викладача).

4. Записати другий тестовий сигнал s2 (завдання отримати у викладача).

5. Записати третій тестовий сигнал s3 (завдання отримати у викладача).

Для порівняння з результатами попередньої роботи та для простоти ілюстрації пропонується використати тестові сигнали роботи №1.

6. Побудувати графіки сигналів п.4, п.5 та п.6.

7. Неперервне вейвлет перетворення є вбудованою функцією Matlab. За допомогою функції `cwt` можна розрахувати коефіцієнти неперервного прямого вейвлет перетворення, та побудувати його скейлограму.

`coefs = cwt(x, scales, 'wname', 'plot')`

x – даний сигнал;

scales – задання масштабу (ширини вікна вейвлет перетворення), напр. `a=1:1:64`;

'wname' – скорочена назва вейвлет перетворення, що використовується;

Mexican hat wavelet – 'mexh';

По осі X змінюється час, по осі Y – частота, коефіцієнт масштабування a (scale). При a=1 – найвужче вікно, при збільшенні a – вікно розширюється.

Частота збільшується при зменшенні a – ширини часового вікна.

Знайти коефіцієнти прямого вейвлет перетворення ('mexh') сигналу s1 та побудувати скейлограму. Задати a=1:1:64

8. Знайти коефіцієнти прямого вейвлет перетворення('mexh') сигналу s2 та побудувати скейлограму.

9. Знайти коефіцієнти прямого вейвлет перетворення('mexh') сигналу s3 та побудувати скейлограму.

10.Порівняти отримані рисунки та зробити висновки.

11.

```
[coefs, sgram] = cwt(x,scales,'wname','scal')
```

'scal' – побудова скейлограми;

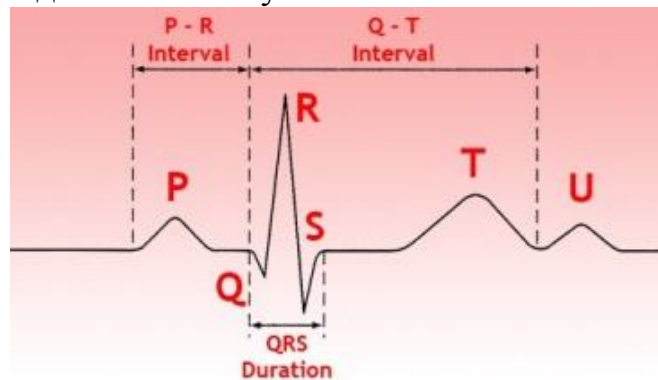
На даних скейлограмах відображено розподілення енергії для кожного коефіцієнта вейвлет перетворення.

Побудувати скейлограму даного типу (використовуючи вейвлет перетворення ('mexh'))для сигналу s1, s2 та для сигналу s3.

12.Порівняти отримані результати і зробити висновки.

13.Створити за допомогою дискретних наближених значень сигнал подібний до кардіосигналу. (ecg(100)).

Відобразити графік даного сигналу.



14.Створити з попереднього сигналу сигнал наближений до вигляду випадіння QRS комплексу.

15.Створити з попереднього сигналу сигнал наближений до вигляду збільшення амплітуди Т-зубця.

16.Створити з попереднього сигналу сигнал наближений до вигляду роздвоєння R-зубця.

При виявленні різних видів спотворень ЕКГ-сигналу можна виявити та попередити розвиток хвороб серця (аритмія, тахікардія, ішемія тощо).

17.Виконати Mexican hat wavelet перетворення та побудувати скейлограми

```
[coefs, sgram] = cwt(x,scales,'wname','scal') та  
coefs = cwt(x,scales,'wname','plot')
```

для сигналів п.13-п.16..

Порівняти отримані результати. Зробити висновки.

18.Зробити загальний висновок по даній роботі (які переваги застосування вейвлет перетворення в порівнянні з ЛПФ, особливості побудови скейлограми, навіщо та в яких випадках слід застосовувати дане перетворення).

**Контрольні запитання до лабораторної роботи №2**

1. Які висновки можна зробити з нерівності Гейзенберга?
2. В яких випадках та для яких цілей використовують вейвлет перетворення.
3. Що являє собою скейлограма?
4. Переваги використання вейвлет перетворення в порівнянні до ЛПФ.

## Лабораторна робота №3

### Вейвлет розклад

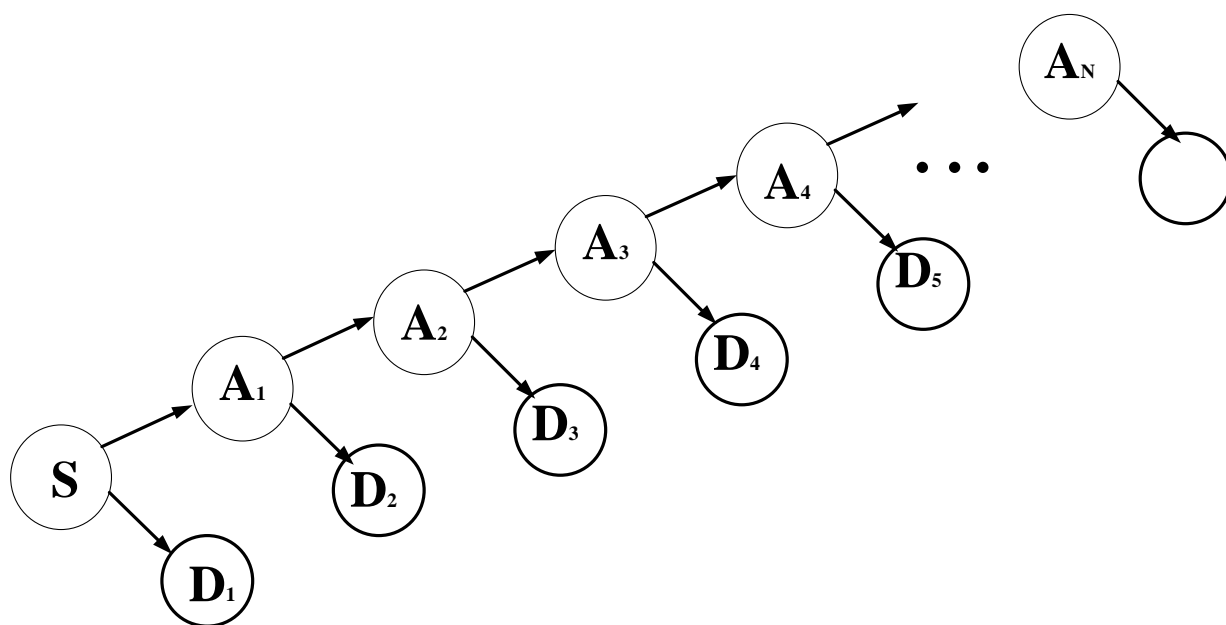
#### Мета роботи

Ознайомитися з різними видами вейвлет функцій. Застосування розкладу сигналів та зображень за допомогою вейвлет функцій, їх відновлення, стиснення та знешумлення.

За допомогою вейвлет функцій можна розкласти сигнал на «апроксимуючі» коефіцієнти та «деталі».

#### Короткі теоретичні відомості

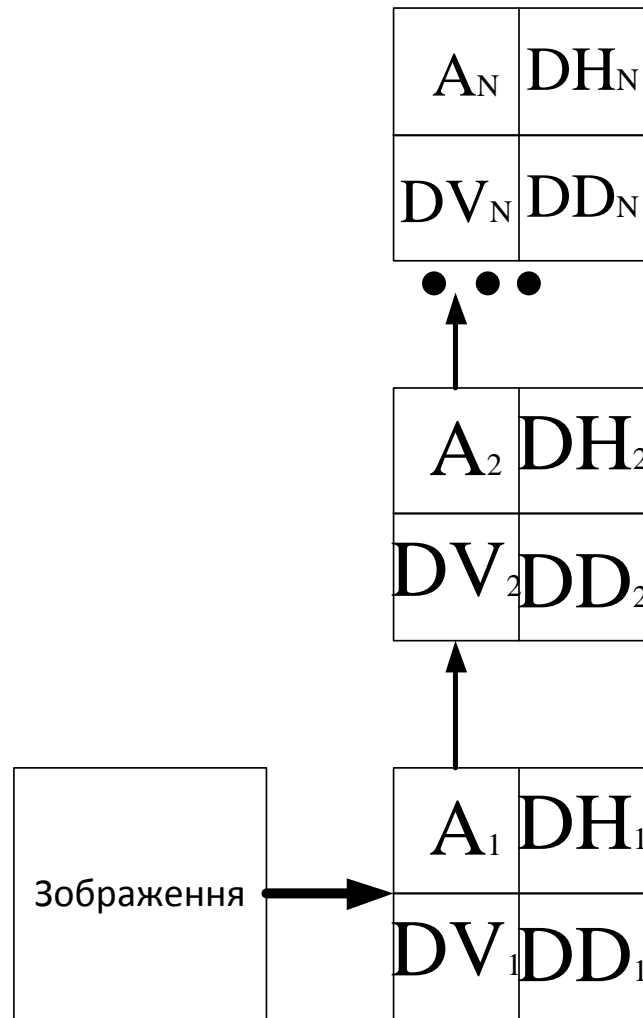
Такий розклад дозволяє відновити сигнал (одномірний) та зображення (двомірний сигнал) «без втрат» та «з втратами» в залежності від поставленої задачі.



$S$  – одномірний вихідний сигнал;  
 $A_i$  – «апроксимуючі» коефіцієнти;  
 $D_i$  – «деталі».

Тобто, наприклад, при ідентифікації особи основною задачею є розпізнавання контурів обличчя, а «деталі» є несуттєвими. Або навпаки, наприклад, при виявленні пізніх потенціалів шлуночків для розпізнавання суттєвими є вже деякі з деталей.

Крім того, за допомогою такого розкладу з використанням вейвлет функцій можна здійснювати стиснення образів та їх знешумлення.



$A_i$  – «апроксимуючі» коефіцієнти,  
 $DV_i$  – «деталізуючі» коефіцієнти по вертикалі,  
 $DH_i$  – «деталізуючі» коефіцієнти по горизонталі,  
 $DD_i$  – «деталізуючі» коефіцієнти по діагоналі.

### Завдання на виконання лабораторної роботи «Вейвлет-розклад»

1. Для заданого сигналу (видається викладачем) виконати однорівневий дискретний одновимірний вейвлет-розклад.
- 1.1. Однорівневий дискретний одновимірний вейвлет-розклад записується за допомогою функції `dwt`.

$[cA, cD] = \text{dwt}(s, 'wname')$  – дана функція розраховує апроксимуючі коефіцієнти  $cA$  та деталізуючі коефіцієнти  $cD$  вектору-сигналу  $s$ . 'wname' – ім'я вейвлету, для якого можливі швидкі алгоритми (haar, db, sym, coif, bior, rbio, dmey).

1.2. На одному рисунку побудувати графік вихідного сигналу  $s$  та графіки коефіцієнтів  $cA$ ,  $cD$ .

1.3. Зворотний однорівневий дискретний одномірний вейвлет-розклад записується за допомогою функції `idwt`.

```
ss=idwt(cA,cD, 'wname');
```

```
ssa=idwt(cA,[ ], 'wname');
```

```
ssd=idwt([ ],cD, 'wname');
```

$ss$  – відновлений сигнал за апроксимуючими та деталізуючими коефіцієнтами;

$ssa$  – відновлений сигнал тільки за апроксимуючими коефіцієнтами;

$ssd$  – відновлений сигнал тільки за деталізуючими коефіцієнтами;

Виконати зворотний однорівневий дискретний одномірний вейвлет-розклад даного сигналу.

1.4. На одному рисунку побудувати графік вихідного сигналу  $s$ , відновлених сигналів  $ss$ ,  $ssa$ ,  $ssd$ .

1.5. Розрахувати відхилення сигналу  $ss$ ,  $ssa$  та  $ssd$  від вихідного сигналу  $s$  (розрахувати норму різниці). Зробити висновки.

2. Для заданого сигналу (видається викладачем) виконати багаторівневий дискретний одномірний вейвлет-розклад.

2.1. Багаторівневий дискретний одномірний вейвлет-розклад записується за допомогою функції `wavedec`.

```
[c,l] = wavedec(s, N, 'wname');
```

$c$  – вектор, що має структуру

```
c = [cAN, cDN, ..., cD1];
```

```
l = [length(cAN), length(cAN)].
```

```
l = [length(cAN), length(cDN), ..., length(cD1), length(s)];
```

$N$  – рівень розкладу.

Виконати багаторівневий дискретний одномірний вейвлет-розклад сигналу з рівнем розкладу  $N=3$ , `'wname' = 'db4'`.

2.2. Багаторівневе одномірне відновлення сигналу записується за допомогою функції `waverec`.

```
ss=waverec(c,l,'wname').
```

Виконати багаторівневе одномірне відновлення даного сигналу.

2.3. На одному рисунку побудувати вихідний сигнал, вектор-коефіцієнтів  $c$  та відновлений сигнал.

2.4. Розрахувати відхилення сигналу  $ss$  від вихідного сигналу  $s$

(розрахувати норму різниці). Зробити висновки.

3. Розрахунок апроксимуючих та деталізуючих коефіцієнтів для багаторівневого розкладу.

3.1. Розрахунок апроксимуючих коефіцієнтів.

$cA = \text{apprcoef}(c, l, 'wname')$  – розраховує апроксимуючі коефіцієнти останнього рівня розкладу, який відбувся.

$cA = \text{apprcoef}(c, l, 'wname', N0)$  – розраховує апроксимуючі коефіцієнти рівня  $N0 \leq N$ .

Розрахувати апроксимуючі коефіцієнти 1, 2 та 3 рівнів розкладу.

3.2. Побудувати на одному рисунку графік вихідного сигналу та графіки апроксимуючих коефіцієнтів 1, 2 та 3-го рівнів розкладу.

3.3. Розрахунок деталізуючих коефіцієнтів.

$D = \text{detcoef}(c, l, N)$  – розрахунок деталізуючих коефіцієнтів  $N$ -го рівня.

$[cd1, cd2, \dots, cdN] = \text{detcoef}(c, l, [1, 2, \dots, N])$  – розрахунок деталізуючих коефіцієнтів всіх рівнів до рівня  $N$ .

Розрахувати деталізуючі коефіцієнти всіх рівнів розкладу до 3 рівня.

4. Однорівнева реконструкція одновимірного вейвлет-розкладу.

4.1. Якщо заданий вектор вейвлет-розкладу  $[c, l]$  рівня розкладу  $N0$ , то команда `upwlev` знаходить вектори вейвлет-розкладу  $[Nc, Nl]$  рівня розкладу  $N0-1$ , тобто на один рівень вище. Також виводяться останні апроксимуючі коефіцієнти  $cA$  рівня  $N0$ .

4.2.

$[Nc, Nl, cA] = \text{upwlev}(c, l, 'wname')$ .

За допомогою команди `upwlev`, використовуючи вектор вейвлет-розкладу  $[c, l]$  рівня розкладу 3, розрахувати вектор вейвлет-розкладу  $[Nc, Nl]$  рівня розкладу 2.

4.3. Побудувати на одному рисунку графік вихідного сигналу та графіки векторів третього рівня розкладу та  $Nc$  другого рівня розкладу.

5. Відновлення сигналу за однією гілкою вейвлет-коефіцієнтів.

5.1. Якщо відомі вектори вейвлет-розкладу  $[c, l]$  рівня  $N$ , то за допомогою команди `wrcoef` можна відновити сигнал за однією гілкою вейвлет-коефіцієнтів на будь-якому рівні розкладу  $N_0 \leq N$ .

$X = \text{wrcoef}(\text{'type'}, c, l, \text{'wname'})$  – за коефіцієнтами максимального рівня розкладу  $N$ .

$X = \text{wrcoef}(\text{'type'}, c, l, \text{'wname'}, N_0)$  – за коефіцієнтами рівня розкладу  $N_0 \leq N$ .

$\text{'type'} = \text{'a'}$  – відновлення за апроксимуючими коефіцієнтами;

$\text{'type'} = \text{'d'}$  – відновлення за деталізуючими коефіцієнтами.

Відновити сигнал за апроксимуючими коефіцієнтами 3, 2 та 1 рівнів розкладу та за деталізуючими коефіцієнтами тих самих рівнів розкладу.

5.2. Побудувати на одному рисунку графік вихідного сигналу та графік відновлених сигналів за апроксимуючими коефіцієнтами третього, другого та першого рівнів та графік відновлених сигналів за деталізуючими коефіцієнтами третього, другого та першого рівнів. Зробити висновки.

6. Двомірне вейвлет-перетворення. Робота з зображеннями.

6.1. Завантажити тестове зображення з Matlab за допомогою команди `load` (тестові зображення – `spine`, `detail`, `woman`, `detfingr` і т.д.).

Для вибору кольорової карти використати команду `colormap` (`colormap gray`; `colormap pink` і т.д.).

За допомогою функції `wcodemat` виконати псевдокольорове матричне масштабування кольором матриці зображення  $X$  –  $X = \text{wcodemat}(X, \text{size}(\text{map}, 1))$  – у відповідності до кольорової карти.

Для виводу зображення на екран використати команду `image(X)`. Можна вивести частину зображення – наприклад, задаючи межі  $X = X(100:200, 100:200)$ .

6.2. Однорівневе дискретне двомірне вейвлет-перетворення зображення виконується за допомогою функції `dwt2`.

$[cA, cH, cV, cD] = \text{dwt2}(X, \text{'wname'})$ ;

$cA$  – апроксимуючі коефіцієнти розкладу;

$cH, cV, cD$  – деталізуючі коефіцієнти першого рівня трьох типів – горизонтальні, вертикальні, діагональні відповідно.

Виконати однорівневе дискретне двомірне вейвлет-перетворення зображення.

6.3. Побудувати на одному рисунку вихідне зображення та відображення всіх коефіцієнтів розкладу.

6.4. Зворотне однорівневе дискретне двомірне вейвлет-перетворення зображення виконується за допомогою функції `idwt2`.

$X_h = \text{idwt2}(cA, cH, cV, cD, \text{'wname'})$  – відновлення сигналу за всіма коефіцієнтами;

$X_a = \text{idwt2}(cA, [], [], [], \text{'wname'})$  – відновлення сигналу за апроксимуючими коефіцієнтами;

$X_h = \text{idwt2}([], cH, [], [], \text{'wname'})$  – відновлення сигналу за деталізуючими горизонтальними коефіцієнтами;

$X_v = \text{idwt2}([], [], cV, [], \text{'wname'})$  – відновлення сигналу за деталізуючими вертикальними коефіцієнтами;

$X_d = \text{idwt2}([], [], [], cD, \text{'wname'})$  – відновлення сигналу за деталізуючими діагональними коефіцієнтами;

Виконати зворотне однорівневе дискретне двомірне вейвлет-перетворення (для кожного випадку  $X_h, X_a, X_h, X_v, X_d$ ).

6.5. Побудувати на одному рисунку вихідне зображення та відновлені зображення за кожним видом коефіцієнтів розкладу.

7. Видалення шуму та компресія зображень.

7.1. Автоматичне видалення шуму з суміші сигнал-шум.

Дана функція виконується при використанні команди `wden`.

$X_d = \text{wden}(X, \text{TPTR}, \text{SORH}, \text{SCAL}, N, \text{'wname'})$ ;

$X_d$  – очищений сигнал;

$\text{TPTR}$  – визначення типу порогу фільтрації:

`'heursure'` – евристичний варіант першого вибору;

`'sqtwolog'` – універсальний поріг  $\sqrt{2 \log(\text{length}(x))}$ ;

`'minimaxi'` – міні-максний поріг.

$\text{SORH} = \text{'s'}$  або  $\text{'h'}$  – вибір м'якого або жорсткого порогу відповідно.

SCAL – визначення мультиплікативного порогового перемасштабування. Якщо шум не належить проміжку  $[0,1]$  або небілий, то поріг має бути перемасштабован з використанням оцінки рівня шуму:

‘one’ – без перемасштабування, коли використовується базовий метод;

‘sln’ – для перемасштабування порогу з використанням оцінки рівня шуму на базі коефіцієнтів першого рівня;

‘mln’ – для перемасштабування порогу з використанням оцінки рівня шуму, що залежить від рівня розкладу.

Для ілюстрації роботи даної функції виконати наступний приклад:

```
load noisbloc;
x=noisbloc; N=8; wl='sym8';
xh=wden(x, 'heursure', 's', 'one', N, wl);
xs=wden(x, 'sqtwolog', 's', 'sln', N, wl);
xm=wden(x, 'minimaxi', 's', 'sln', N, wl);
```

Побудувати на одному рисунку графік вихідного сигналу  $x$ , графіки знешумлених сигналів за різними порогоми фільтрації. Задати осі  $0x=[0,1000]$ ;  $0y=[-6,20]$ .

### **Контрольні запитання до лабораторної роботи №3**

1. Використання вейвлет функцій для розкладу одномірного сигналу.
2. Використання вейвлет функцій для розкладу двомірного образу.
3. Відновлення сигналів за «деталізуючими» та «апроксимуючими коефіцієнтами».
4. Затосування розкладу за вейвлет функціями.

# Лабораторна робота №4

## Нормалізація тестового сигналу за рівнем

### Мета роботи

Ознайомитися з методом нормалізації сигналу за рівнем. Оволодіти навичками програмування алгоритму-класифікатора сигналів.

### Короткі теоретичні відомості

Для кращого розуміння основні положення методу будемо розглядати на прикладі конкретного обраного ортогонального перетворення. Для цього оберемо перетворення Уолша-Адамара, деякі з трансформант якого (при дискретизації) зображені на рис.1.10. Для таких функцій нормалізацію “за кроком” виконати неможливо (оскільки трансформанти мають лише два значення: +1, -1).

Нехай тестовий сигнал має вигляд рис.2.3, а формати (кількість відліків) тестового сигналу і функції Уолша – наприклад,  $\psi_1$  (рис.2.2), однакові.

Поділимо відліки  $x_{test}$  на рис.2.3 на корегуючі коефіцієнти

$$k_n = \frac{x_{test}(n)}{\psi(n)}, k_n = x_{test}(n)/\psi(n) \quad (2.6)$$

Тоді сигнал рис.2.3 перетвориться на функцію  $\psi_1$  на рис.2.2. Корегуючі коефіцієнти наведено в табл.2.3.

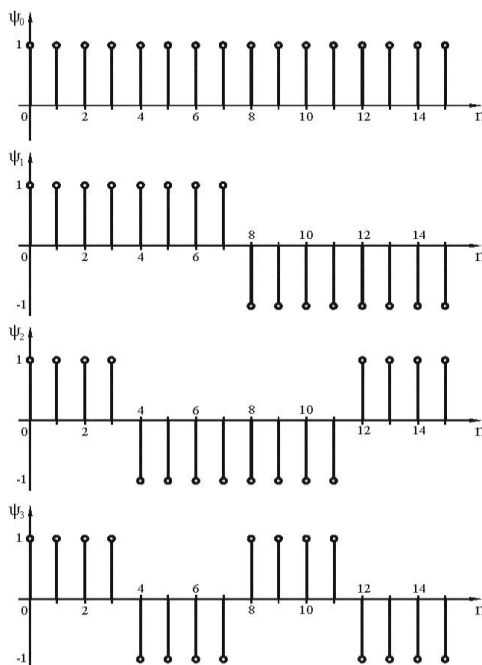


Рис.2.2 Трансформанти (базисні функції) перетворення Уолша-Адамара

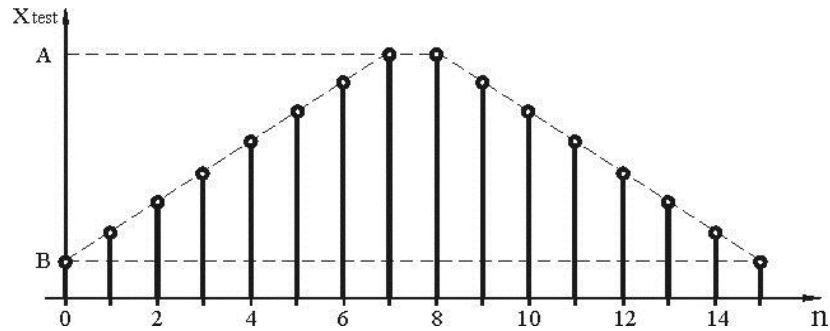


Рис.2.3 Тестовий сигнал

Таблиця 2.3

$k_0$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$	$k_7$
$B$	$B + (A - B)/7$	$B + 2(A - B)/7$	$B + 3(A - B)/7$	$B + 4(A - B)/7$	$B + 5(A - B)/7$	$B + 6(A - B)/7$	$A$

$k_8$	$k_9$	$k_{10}$	$k_{11}$	$k_{12}$	$k_{13}$	$k_{14}$	$k_{15}$
$-A$	$-B - 6(A - B)/7$	$-B - 5(A - B)/7$	$-B - 4(A - B)/7$	$-B - 3(A - B)/7$	$-B - 2(A - B)/7$	$-B - (A - B)/7$	$-B$

Алгоритм нормалізації за рівнем має наступний вигляд.

1. Для тестового сигналу (відповідним чином нормованого) обрати ортогональне перетворення та базову трансформанту перетворення.
2. Для кожного з  $N$  відліків тестового сигналу і трансформанти знайти корегуючі коефіцієнти.
3. Поділити відліки невідомого досліджуваного сигналу на корегуючі коефіцієнти (якщо сигнал відрізняється від тестового лише амплітудою, одержимо трансформанту дискретного ортогонального перетворення тієї самої амплітуди).
4. Виконати глобальне перетворення скорегованого досліджуваного сигналу.
5. Якщо спектр перетворення містить лише амплітуду трансформанти, за якою проведено нормалізацію, то досліджуваний сигнал (з точністю до амплітуди) тотожний до тестового. Якщо спектр багатий і має велику кількість трансформант, співмірних з базовою для нормалізації, то досліджується сигнал, навіть не схожий на тестовий.

Так, наприклад, перетворення Уолша-Адамара для сигналу  $x_{test}$ , зображеного на рис.2.3 ( $B=1$ ,  $A=8$ ), після його нормалізації за трансформантою  $\psi_1$  (рис.2.3) має вигляд рис.2.4. В той самий час для сигналу, зображеного на рис.2.5, одержимо спектр рис.2.6. Для сигналу, зображеного на рис.2.7, з адитивним шумом ( $\sigma = 0,244923B$ , значення

відліків шуму  $N(n)$  наведено в табл.2.4) отримаємо спектр нормалізованого перетворення, зображений на рис.2.8.

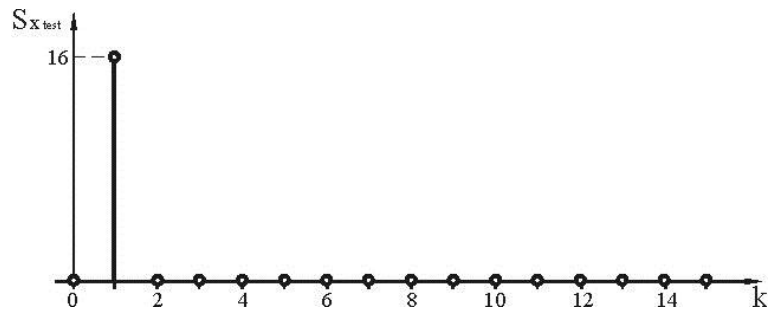


Рис.2.4 Спектр сигналу  $x_{test}$

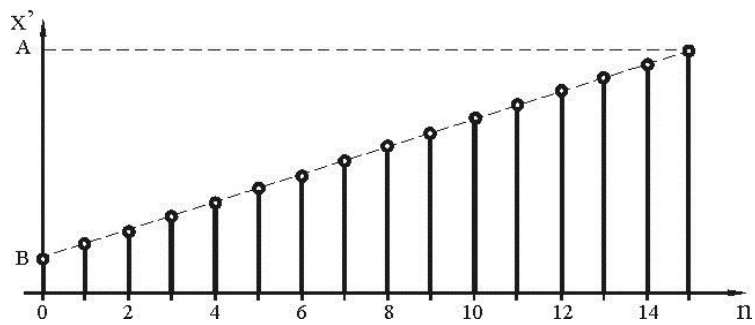


Рис.2.5. Досліджуваний сигнал

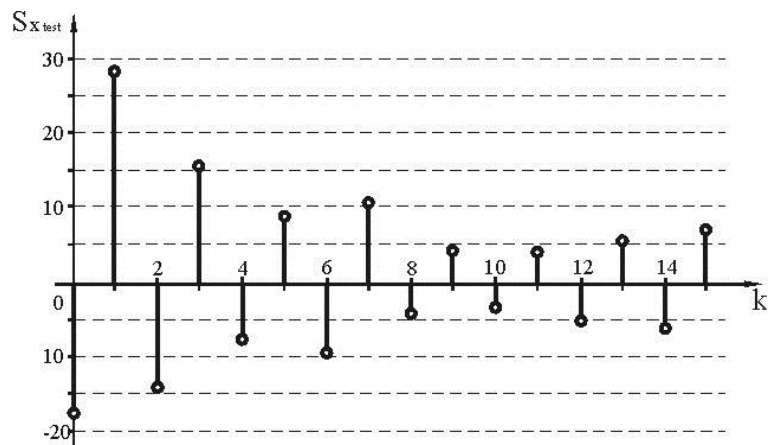


Рис.2.6. Спектр досліджуваного сигналу

Табл.2.4

$N_0$	$N_1$	$N_2$	$N_3$	$N_4$	$N_5$	$N_6$	$N_7$
0	0.25	0.28	-0.19	-0.21	0.20	-0.19	-0.11

$N_8$	$N_9$	$N_{10}$	$N_{11}$	$N_{12}$	$N_{13}$	$N_{14}$	$N_{15}$
0.03	-0.50	0.48	0.37	-0.19	-0.38	0.22	0.05

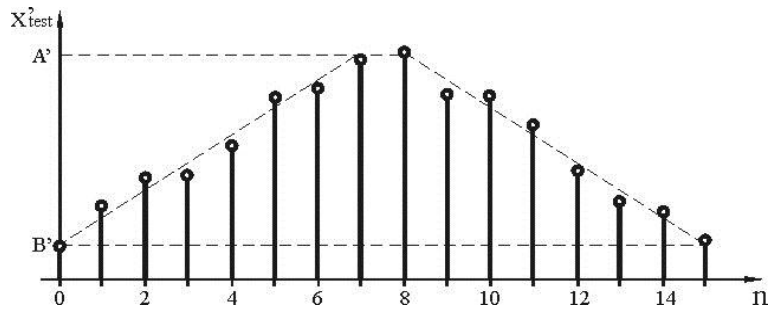


Рис.2.7

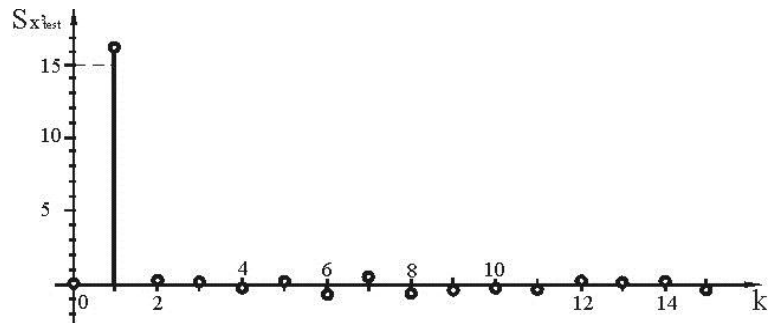


Рис.2.8

На практиці може виникнути ситуація, коли сигнал, який досліджується, відрізняється від тестового на масштабний множник або містить “додаткову” постійну складову. Такий сигнал, змінений за допомогою масштабного множника і складової, насправді є тим сигналом, який нам потрібно знайти при обробці. Якщо в якості тестового сигналу виступають елементи зображення, то зміна масштабного множника відповідає зміні контрасту зображення, а додаткова постійна складова впливає на яскравість, тобто розбавленість зображення білим. Для того, щоб такий сигнал в результаті виконання нормалізованого перетворення Уолша-Адамара був визнаний за тестовий, потрібно його центрувати (тобто знайти постійну складову досліджуваного сигналу і відняти її від досліджуваного сигналу), аналогічно, центрованим повинен бути і еталонний сигнал. При цьому обчислювати спектр і гостроту слід саме для такої пари сигналів. При наявності стаціонарного адитивного шуму з шумовим середнім, його додавання до досліджуваного сигналу не вплине на масштабування коефіцієнтів нормалізації.

Оцінку відмін сигналів (викликаних спотвореннями каналів передачі, адитивним шумом тощо) також можна провести за коефіцієнтом трансформант:

$$k_{\text{тр}} = \sqrt{\sum_{i \neq n}^{N-1} A_i^2 / A_n}, \quad (2.7)$$

де  $A_n$  – амплітуда трансформанти, за якою проводилася нормалізація.

Так, для сигналу рис.2.3  $k_{\text{тр}}=0$ , для сигналу рис.2.7  $k_{\text{тр}}=1.232945$ , а для сигналу рис. 2.5  $k_{\text{тр}} \gg 1$ .

Наведений приклад нормалізації, що ілюструє запропонований метод, побудовано на трансформанті перетворення Уолша-Адамара, але ясно, що як базову можна прийняти трансформанту будь-якого ортогонального перетворення.

### **Завдання до виконання роботи**

1. За наданою навчальною множиною сигналів (завдання отримати у викладача) необхідно визначити математичне очікування для даного класу та прийняти його в якості тестового сигналу.

Побудувати на одному графіку сигнали, що входять до даного класу та їх математичне очікування.

2. Для нормалізації сигналу за рівнем обрати ортогональне перетворення (перетворення Адамара) та одну з функцій даного перетворення. Розмірність (кількість відліків) тестового сигналу та перетворення має бути однакова.

3. Визначити корегуючі коефіцієнти

$$k_n = \psi(n)/x_{\text{test}}(n) \quad (1)$$

4. Тестовий сигнал прийняти з урахуванням корегуючих коефіцієнтів  $x_{\text{test}}(n) = k_n \cdot x_{\text{test}}(n)$ .

Обчислити та побудувати спектр тестового сигналу та обчислити коефіцієнт трансформант.

$$S_{\xi_n} = \overline{\overline{Had_n}} \cdot x_{\text{test}}(n)$$

$$k_{\text{тр}} = \sqrt{\sum_{i \neq n}^{N-1} A_i^2 / A_n}$$

5. Для кожного сигналу, що входить до навчальної множини, виконати п.4.

6. Обрати найбільше значення коефіцієнта трансформант як границю класу А  $k_{\text{тр.max}}$ .

Задати досліджувані сигнали (завдання отримати у викладача). Побудувати на одному графіку математичне очікування для навчальної множини сигналів та досліджувані сигнали.

7. Досліджувані сигнали прийняти з урахуванням корегуючих коефіцієнтів.

8. Для досліджуваних сигналів виконати п.4.

9. Побудувати спектр тестового сигналу, спектри сигналів, що входять до навчальної множини та спектри досліджуваних сигналів.

10. При класифікації коефіцієнт трансформант невідомого досліджуваного сигналу  $k_{\text{тр.досл}}$  слід порівняти з граничним значенням коефіцієнту класу А. Якщо  $k_{\text{тр.досл}} \leq k_{\text{тр.мах}}$ , то віднести цей сигнал до класу А. У випадку, якщо  $k_{\text{тр.досл}} > k_{\text{тр.мах}}$  – цей сигнал не належить до даного класу. Зробити висновки.

#### **Контрольні запитання до лабораторної роботи №4**

1. Перетворення Адамара.
2. Створення класифікатора за методом нормалізації сигналу за рівнем.
3. Поняття коефіцієнту трансформант.

Критерій класифікатора.

# Лабораторна робота № 5

## Цифрова фільтрація зображень

### Мета роботи

В даній лабораторній роботі описано алгоритми **цифрової фільтрації зображень**, що використовуються в сучасній комп'ютерній графіці і базуються на методі локальної фільтрації вікном (або апертурою), що «ковзає» по вікnu. Термін «локальна» підкреслює той факт, що розміри вікна менше відповідних розмірів зображення, що фільтрується.

### Короткі теоретичні відомості

**Мета локальної фільтрації** – поліпшення якості образу (видалення шумів) або виділення в ньому визначеної інформації (підкреслення контурів).

Локальна фільтрація має для цього достатньо велику кількість засобів обробки: від алгоритмів усереднення в околі (інтегрування) до операторів локального диференціювання та підкреслення контурів і виділення піків.

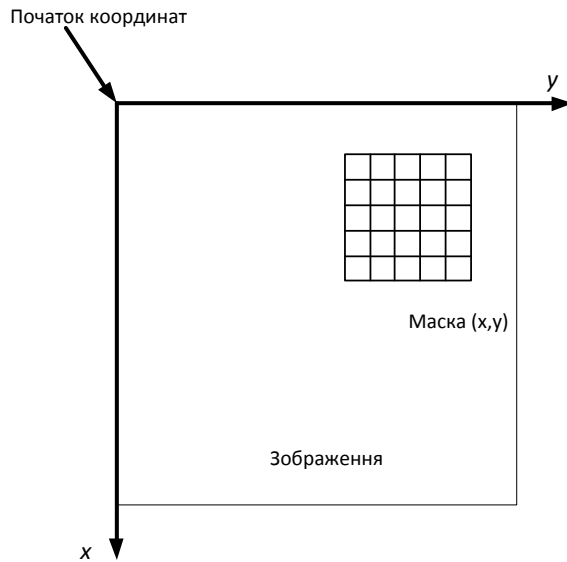
Для фільтрації зображень застосовують двовимірні фільтри, що відповідають двовимірній природі самого зображення.

**Двовимірний фільтр** – це невелика, звичайно прямокутна, ділянка площини, на яку накладена деяка функція. Цю ділянку називають апертурою або вікном, а задану на ній вагову функцію – ваговою функцією або функцією вікна (імпульсною характеристикою фільтра). Апертуру разом з визначеною на ній ваговою функцією називають маскою. Апертура має невеликі розміри, зазвичай, 3x3 або 5x5 елементів.

Фільтрацію виконують переміщенням апертури фільтра вздовж зображення. В кожному положенні апертури при цьому виконуються однотипні дії, які й визначають відгук фільтра. Вагова функція в процесі переміщення вікна залишається незмінною. Тому фільтрацію вікном, що переміщується, відносять до просторово-інваріантних операцій.

Характерним прикладом є алгоритм **лінійної** фільтрації, де для кожного положення апертури вагова функція поелементно множиться на значення відповідних пікселів вихідного положення; добутки сумуються. Сума ділиться на коефіцієнт нормування і отримана величина, що є відгуком фільтра, присвоюється тому пікселю нового (профільтрованого) зображення, що відповідає положенню центру апертури. Центр тут обрано через те, що в

іншому випадку (якщо присвоювати значення відгуку пікселю, що відповідає лівому верхньому елементу вікна) фільтрація буде супроводжуватися небажаним зсувом відфільтрованого зображення відносно вихідного. Нормуючий коефіцієнт зазвичай вибирається рівним сумі всіх елементів вагової функції. Іноді вагові функції можуть мати нульову суму, тоді нормуючий коефіцієнт вибирається рівним одиниці.



$$Q(i, j) = \sum_{p=1}^{M_p} \sum_{q=1}^{M_q} f(i - p_m + p, j - q_m + q) g(p, q)$$

**Фільтри низької частоти.** Одним з найбільш розповсюджених застосувань лінійних фільтрів є «згладжування» шумів. При частотній інтерпретації процесів фільтрації фільтр, що подавляє шуми, є низькочастотним фільтром.

Імпульсні характеристики (функції вікна) таких фільтрів мають вигляд:

$$G_{1нч} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad G_{2нч} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

*Лінійні фільтри є оптимальними при фільтрації завад з гаусівським характером розподілу.*

**Фільтри високої частоти.** Наступним застосуванням лінійних фільтрів є підкреслення границь. Для цієї мети використовуються фільтри з наступними масками:

$$G_{164} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, G_{264} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, G_{364} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Дані фільтри підсилюють перепади границь на зображенні. Це проявляється в підвищенні чіткості зображення. В той самий час відбувається підсилення високочастотних завад.

Виділення перепадів границь (незалежно від їх орієнтації в площині) відбувається за допомогою операторів Лапласа:

$$G_{\mathcal{L}1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, G_{\mathcal{L}2} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, G_{\mathcal{L}3} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Часто до виконання операції порогового розрізнення слід підкреслити перепади за допомогою різних методів контрастування. Цю задачу звичайно розв'язують диференціюванням, тобто курсовими градієнтними масками (фільтрами). Ці фільтри підкреслюють перепади, перпендикулярні до напрямків, орієнтованих відносно сторін світу (північ - N, південь - Z, схід - O, захід - W, північний захід - NW і т.д.). У вказаному напрямку відгук фільтра має найбільше значення.

Імпульсні характеристики цих фільтрів мають наступний вигляд:

$$G_N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad G_{N0} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad G_O = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_{ZW} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad G_W = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad G_{NW} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$G_{Z0} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad G_Z = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Зауважимо, що градієнти маски мають нульові сумарні ваги, тому в областях зображення із сталою яскравістю вони дають нульовий відгук.

Для підкреслення ліній певного напрямку використовують вагові функції наступного виду:

$$G_1 = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad - \text{ виділення горизонтальних та вертикальних ліній,}$$

$$G_2 = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad - \text{ виділення діагональних ліній.}$$

Серед множини високочастотних фільтрів, що виділяють контури зображень, слід виділити маски оператора *Робертса*, *Собеля* та *Превітта*.

Дані методи визначення границь використовують наближення до похідної. Це дозволяє визначати край там, де градієнт найвищий. Дані методи визначають кількість градієнтів на зображенні, таким чином виділяють області з високою просторовою частотою, що відповідають границям.

#### *Оператор Робертса*

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

#### *Оператор Собеля*

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

#### *Оператор Превітта*

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Визначення границь методом Робертса має високу швидкість обробки зображення, проте результуюче зображення є більш зашумленим, ніж при використанні методу Собеля або Превітта.

**Медіанні фільтри.** Такі локально-апертурні фільтри є нелінійними. Їх застосовують для "згладжування" зображень, а також для виявлення та виділення елементів зображення.

Зазвичай для медіанного фільтру використовують двовимірне вікно з центральною симетрією (най частіше у вигляді квадрату або хрестоподібне). Відліки зображення, що знаходяться в межах даного вікна утворюють робочу вибірки поточного кроку.

Відгук медіанного фільтру дорівнює медіані даних, які знаходяться в апертурі. Медіаною називають центральний елемент рядка, одержаного сортуванням (впорядкуванням) за законом зростання даних, що знаходяться в межах апертури. Оскільки для операції знаходження медіани не виконується аксіома лінійності, медіанний фільтр є нелінійним.

Медіанні фільтри часто застосовують ітеративно, причому фільтрацію повторюють до тих пір, поки на відфільтрованому зображенні не зникнуть зміни від ітерації (фільтрації всього образу медіанним фільтром) до ітерації.

У роздільному фільтрі одновимірний медіанний фільтр спочатку застосовують для фільтрації кожного рядка, а після цього - стовпця зображення.

*Медіанні фільтри мають широке застосування для фільтрації зображень з імпульсними завадами.*

### **Виконання лабораторної роботи**

Робота виконується у середовищі Matlab.

Кожен тип фільтрації виконати для різних 2-3 зображень.

1. Виконати низькочастотну фільтрацію «зашумлених» зображень з використанням описаних масок фільтрів за допомогою оператора `imfilter`.

В якості досліджуваних зображень обрати завантажене зображення, тестове зображення Matlab (`load (spine, detail, woman, detfingr` і т.д.)) або зображення з бібліотеки Image Processing Tools (`imread ('cameraman, eight, rout, circuit, trees` і т.д.tif')).

Для отримання «зашумленого» зображення використати функцію `imnoise`, використовуючи для кожного зображення різні типи шумів та їх рівні.

2. Виконати високочастотну фільтрацію зображень з використанням описаних масок фільтрів за допомогою оператора `imfilter`.

3. Виконати високочастотну фільтрацію зображень з використанням масок фільтрів Собеля, Робертса, Первітта за допомогою оператора `edge`.

4. Виконати фільтрацію «зашумлених» зображень за допомогою медіанного фільтру, використовуючи оператор `medfilt2`.

5. Повторити для декількох ітерацій фільтрацію зображення за допомогою медіанного фільтру.
6. Виконати п.4-5 для різних типів та рівнів шумів.
7. Зробити висновки.

### **Контрольні запитання**

1. Алгоритм локальної фільтрації зображень на прикладі використання лінійних фільтрів.
2. Застосування двовимірних ФНЧ та ФВЧ для фільтрації зображень. Маски фільтрів.
3. Застосування медіанного фільтру як приклад нелінійної фільтрації зображень.
4. Виділення границь зображень.
5. «Згладжування» шумів зображень.

## Тестові зображення та сигнали в Matlab

Зображення:

detail, woman, detfingr, tire, chess, wbarb, facets, geometry, sinsin, tartan, mandel, julia, wifs, noiswom, noissi2d, mandril, belmont1, belmont2.

Сигнали:

Vonkoch	Фрактальна крива Коха
Wcantor	Канторова драбина
Sinfract	Фрак тал з синусоїдною обвідною
Eleccum	Сигнал з шумом
Nearbrk	-----
Sumsin	Сума синусів
Noisdopp	Допплерівська крива схожа на $\frac{x}{\sin(1/x)}$
Ndoppr1	Допплерівська крива з шумом
Noisbloc	Зашумлений прямокутний імпульс
Whitnois	Білий шум
Wstep	Ступінчатий сигнал
Brkintri	Трикутник
Noispol	Поліноміальний сигнал
Wnoilop	Демонстр. Сигнал з шумом
Freqbrk	Частотно- часовий розподіл двох гармонік
Noissin	Синусоїда з адитивним шумом
Qdchirp	Осцил. Сигнал
Sumlichr	Комбінація лінійно-розгорнутих синусоїд

### Список рекомендованої літератури

1. Рыбин А. И. Нормализация дискретных ортогональных преобразований тестовым сигналом / А.И. Рыбин // Радиолекtronика. – 2004.— №7. – С. 39 – 46. (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Рыбин А. И, Алгоритм подстройки дискретного ортогонального преобразования под тестовый сигнал / А.И. Рыбин, Е.Г. Григоренко // Вісник НТУУ “КПІ”. Сер. Приладобудування. – 2004.— №27. – С. 122 – 128.
3. Рибін О. І. Діагностичні можливості процедури нормалізації ортогональних функцій при аналізі пульсограм / О.І. Рибін, О.Б. Шарпан // Вісник ЖДТУ. Технічні науки – 2004. – т. 1.— №4. – С. 144 – 149.
4. Рибін О. І. Алгоритми формування матричних операторів дискретних ортогональних перетворень REX та Coex / О.І. Рибін, О.Б. Шарпан // Вісник ЖДТУ. – 2004. – т. 2.— №4(31). – С. 53 – 57.
5. Рибін О. І. Аналіз пульсограм на базі процедури нормалізації ортогональних перетворень REX /О.І. Рибін, О.Б. Шарпан, Т.В. Сакалош // Наукові вісті НТУУ “КПІ” – 2005.— №4. – С. 29 – 33.
6. Рыбин А. И. Коэффициенты трансформант нормализованных ортогональных преобразований и диагностика пульсограм / А.И. Рыбин, О.Б. Шарпан, Е.Г. Григоренко, Т.В. Сакалош // Вісник НТУУ “КПІ”. Сер. Приладобудування.— 2005. – Вип. 30. – С. 148 – 156.
7. Данилевська В. Г. Особливості і можливості діагностики з нормалізованим перетворенням Фур’є пульсового сигналу / В.Г. Данилевська, О.В. Луцук, О.І. Рибін, О.Б. Шарпан // Електроника и связь – 2006.— №2. – С. 49 – 54.
8. Рибін О. І. Погоджена фільтрація на базі нормалізації ортогональних перетворень О.І. Рибін, В.Г. Данилевська // Вісник НТУУ “КПІ”. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2007. – Вип. 35. – С. 15 – 20.
9. Рибін О.І. Погоджена фільтрація сигналів при зміні масштабу їх аргументів на базі нормалізованих вейвлет- функцій / О.І. Рибін, А.Д. Мельник // Вісник НУТУ»КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.— 2007.— №34.— С.18— 24.
10. Мельник А.Д. Нормалізація тестового сигналу зі збереженням еквідистантного кроку дискретизації / А.Д. Мельник, О.І. Рибін // Вісник НТУУ»КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування .— 2008.— 34.— С. 24— 29.
11. Мельник А.Д. Нормализация эталонного сигнала с постоянным шагом дискретизации / А.Д. Мельник, А.И. Рыбин // Радиоэлектроника — 2008.— №1.— С. 71 — 75 (Изв. вузов).

12. Рыбин А.И. Согласованная нормализованная фильтрация сигналов / А.И. Рыбин, А.Д. Мельник // Радиоэлектроника — 2008.— №2.— С. 77 — 78 (Изв. вузов).
13. Мельник А.Д. Согласованная вейвлет-фильтрация сигналов с измененным масштабом / А.И. Рыбин, А.Д. Мельник // Радиоэлектроника — 2008.— №3.— С. 76 — 80 (Изв. вузов).
14. Рибін О.І. Алгоритм формування матричного оператора дискретного нормального перетворення / О.І. Рибін, Ю.Х. Ніжебецька // Вісник НТУУ«КПІ» . Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування .— 2008.— №36.— С.19— 27.
15. Ніжебецька Ю.Х. Нормальне дискретне перетворення сигналу довільної форми / Ю.Х. Ніжебецька, О.І. Рибін, А.П. Ткачук, О.Б. Шарпан // Наукові вісті НУТУ «КПІ».— 2008.— №4.— С.34— 40.
16. Рибін О.І. Аутентифікація особи за динамічно введеним підписом з використанням нормального перетворення / О.І. Рибін, Ю.Х. Ніжебецька, А.М. Луцків // Вісник НТУУ«КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування .— 2010.— №40.— С.26— 30.
17. Рыбин А.И. Анализ подобия и различия образов с использованием нормального ортогонального преобразования / А.И. Рыбин, Ю.Х. Нижебецкая // Радиоэлектроника — 2010.— №3.— С. 58 — 64 (Изв. вузов).
18. Рибін О.І. Погоджена фільтрація: класичний лінійний та нормальний фільтри / О.І. Рибін, Ю.Х. Ніжебецька // Вісник НТУУ«КПІ» . Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування .— 2010.— №41.— С.5 — 12.
19. Jan Jiří Číslicova filtrace, analýza a restaurace signlů / VUT v BRNĚ, 1997, 438s.
20. Системи відображення інформації в медицині (Навчальний посібник з грифом МОН України) / В.Г. Абакумов, О.І. Рибін, Й. Сватош, Ю.С. Синєкоп.— Київ, ТОО «Век +», 1999, 320 с.
21. Системи отображения информации в медицине (навчальний посібник) / В.Г. Абакумов, А.И. Рыбин, Й. Сватош, Ю.С. Синєкоп.— Киев, «Юниверс», 2000, 333 с.
22. Основи теорії кіл. Ч.2. Підручник для студентів ВНЗ / Ю.О. Коваль, Л.В. Гринченко, І.О. Милютченко, О.І. Рибін / За загальною редакцією В.М. Шокала та В.І. Правди.— Харків: ХНУРЕ; Колегіум, 2006, 668с.
23. Основи теорії кіл: Підручник для студентів вищих навчальних закладів.Ч.2. / Ю.О. Коваль, Л.В. Гринченко, І.О. Милютченко, О.І. Рибін / За загальною редакцією В.М. Шокала та В.І. Правди.— Харків, ТОВ «Компанія СМІТ», 2008, 560с.

24. Прэтт У. Цифровая обработка изображений/ У. Прэтт // Пер.с англ. – М., “Мир. – 1982. – Кн.2.– 480 с.
25. Рыбин А.И. Алгоритм условной деконволюции в частотной области / А.И. Рыбин, В.Ю. Королев // Радиоэлектроника — 2000.— №6.— С. 51 — 55 (Изв. вузов).
26. Рибін О.І. Реставрація образів методом умовної деконволюції в області просторових частот / О.І. Рибін, В.Ю. Корольов // Вісник Технічного університету Поділля.— 2000.— С.145 — 147.
27. Рыбин А.И. Реставрация образов в частотной области методом взвешенной фильтрации / А.И. Рыбин, В.Ю. Королев // Радиоэлектроника — 2001.— №4.— С. 51 — 56 (Изв. вузов).
28. Макаренко А.С. Реставрация образов методом частотной коррекции с компенсацией реализации аддитивного шума / А.С. Макаренко, А.И. Рыбин, В.Ю. Королев // Радиоэлектроника — 2001.— №7.— С. 50 — 57 (Изв. вузов).
29. Рыбин А.И. Восстановление изображения методом частотной коррекции с компенсацией реализации аддитивного шума и последующим аналитическим продолжением спектра / А.И. Рыбин, В.Ю. Королев // Электроника и связь.— 2000.— №9.— С.69.— 71.
30. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский // 1986.— М.: Радио и связь.— 512с.
31. Зиновьев А.А. Введение в теорию сигналов и цепей / А.А. Зиновьев, Л.И. Филиппов // 1975.— М.: Высшая школа.— 264с.
14. Харкевич А.А. Спектры и анализ / А.А. Харкевич // 1962.— М.: Гос. Издательство физико-математической литературы.— 236с.
32. Физика визуализации изображений в медицине. Под ред. С. Уэбба.—М.: Мир,1991, т.1.—408с., т.2—408с.
33. Радіотехніка: Енциклопедичний навчальний довідник: Навч. посібник / За ред. Ю.Л. Мазора, Є.А. Мачуського, В.І. Правди.— К.: Вища школа, 1999.— 938с.
34. Волощук Ю.І. Сигнали та процеси у радіотехніці. Підручник для ВНЗ/ Ю.І. Волощук // 2003.— т.2.— Х.: Компанія СМІТ.— 496с.
35. Рабинер Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов/ Л. Рабинер, Б. Гоулд //1978.— М.: Мир.—848с.
36. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учеб. пособие для вузов / А.Б. Сергиенко / 2002.— СПб.: Питер.—608с.
37. Біомедичні сигнали та їх обробка (навчальний посібник з грифом МОН України) / В.Г. Абакумов, О.І. Рибін, О.В. Геранін, Й. Сватош, Ю.С. Синєкоп.— Київ, ТОО „ВЕК+”, 1997, 352 с.
38. Ахмед Н. Ортогональные преобразования при обработке цифровых

сигналов/ Н.Ахмед, К.Р. Рао / Пер. с англ. / Под ред. И. Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.

39. Рыбин А.И. Алгоритм условной деконволюции в частотной области / А.И. Рыбин, В.Ю. Королев // Радиоэлектроника — 2000.— №6.— С. 51 — 55 (Изв. вузов)

40. Рибін О.І. Реставрація образів методом умовної деконволюції в області просторових частот / О.І. Рибін, В.Ю. Корольов // Вісник Технічного університету Поділля.— 2000.— С.145 — 147.

41. Рыбин А.И. Реставрация образов в частотной области методом взвешенной фильтрации / А.И. Рыбин, В.Ю. Королев // Радиоэлектроника — 2001.— №4.— С. 51 — 56 (Изв. вузов).